EUCLIDES

vakblad voor de wiskundeleraar

december 09

nr 3

jaargang 85

VANDEN CIRCKEL.

Daer in gheleert werdt te vinden de naeste Proportie des Circkels-diameter tegen synen Omloop / daer door alle Circkels / met alle Figueren / ofte Landen met cromme Linien besloten / recht ghemeten kunnen werden. Item aller Figueren-syden in den Circkel beschreven / Beginnende van den 3 / 4 / 5 / 15 hoeckx in Irrationale ghetallen te brenghen / al hadde de Figuer veel hondert-duysent hoecken. Item des 7 / 11 / 13 / 17 / 19 / 23 hoeck syden / ende wat syden ofte Coorden men begeerdt / welcker Boge groot zijn Graden / Minuten / Secunden / &c. Naer elcx behaghen.

Noch de Tafelen SINVVM, TANGENTIVM, ende SECANTIVM, met het gebruyck van dien, hoogh-noodigh voor de Land-meters: Met veel andere konstighe stucken, dierghelijcke noyt in druck uytghegheven.

Ten laetsten van Interest / met alderhande Tafelen daer toe dienende / met het ghebruyck / door veel constighe Exempelen gheleerdt / ende door 't gheheele werck bewesen / ende gheproeft.

Alles door LVDOLPH van CEVLEN, ghebooren in HILDESHEIM, beschreven, ende inden druck ghebracht.



TOT DELF,

Ghedruckt by Jan Andriesz. Boeckvercooper / woonende aen 't Marct-veldt / in 't Gulden A B C. Anno 1596.

'Vorm en ruimte' voor vwo-C

NLT: MP3-speler

Nederlandse Wiskunde Olympiade

Reken VOort

Nieuw: Differentialen en Diepvriespizza's

Ludolph van Ceulen (1540-1610)



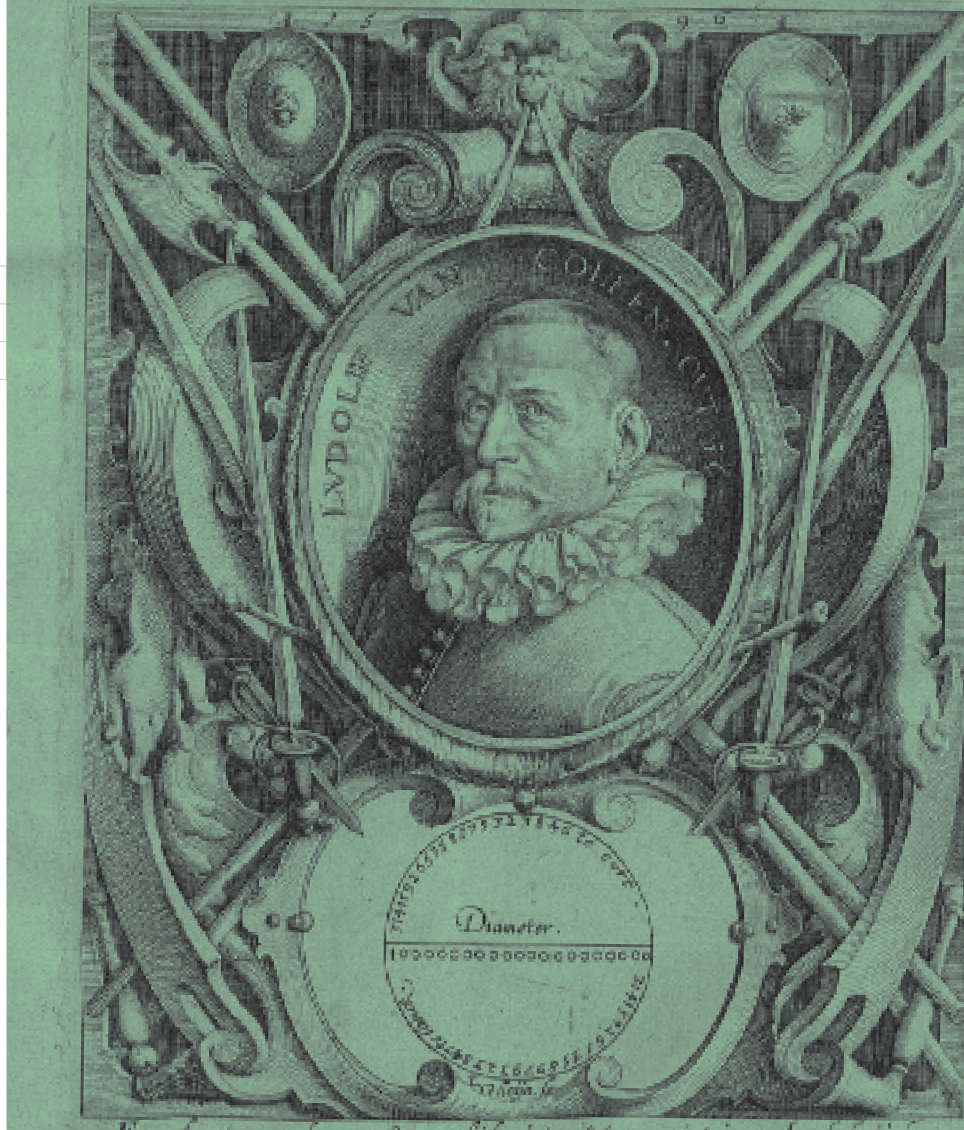


Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

COLOFON

december
09
nr 3
jaargang 85

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
Het blad verschijnt 7 maal per verenigingsjaar.
ISSN 0165-0394



Redactie

Inzendingen bijdragen

Artikelen en mededelingen naar de hoofdredacteur: Klaske Blom,
Westerdoksdijk 39, 1013 AD Amsterdam
E-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren; op papier in drievoud. Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.
Zie voor nadere aanwijzingen:
www.nvvw.nl/euclricht.html

Realisatie

Ontwerp en vormgeving, fotografie, drukwerk en mailingservices
De Kleuver bedrijfscommunicatie b.v.
Veenendaal, www.dekleuver.nl

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Website: www.nvvw.nl

Voorzitter

Marian Kollenveld,
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
Tel. (070) 390 70 04
E-mail: voorzitter@nvvw.nl

Secretaris

Kees Lagerwaard,
Eindhovensingel 15, 6844 CA Arnhem
Tel. (026) 381 36 46
E-mail: secretaris@nvvw.nl

Ledenadministratie

Elly van Bemmel-Hendriks,
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
Tel. (0321) 31 25 43
E-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Helpdesk rechtspositie

NVvW - Rechtspositie-Adviesbureau,
Postbus 405, 4100 AK Culemborg
Tel. (0345) 531 324

Lidmaatschap

Het lidmaatschap van de NVvW is inclusief Euclides.
De contributie per verenigingsjaar bedraagt voor
- leden: € 65,00
- leden, maar dan zonder Euclides: € 37,50
- studentleden: € 32,50
- gepensioneerden: € 37,50
- leden van de VVWL of het KWG: € 37,50

Bijdrage WwF (jaarlijks): € 2,50
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden dienen zich op te geven bij de ledenadministratie.
Opzeggingen moeten plaatsvinden vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Personen (niet-leden van de NVVW): € 60,00
Instituten en scholen: € 140,00
Losse nummers zijn op aanvraag leverbaar: € 17,50
Betaling per acceptgiro.

Advertenties en bijsluiters

De Kleuver bedrijfscommunicatie bv:
t.a.v. Annemieke Boere
Kerkewijk 63, 3901 EC Veenendaal
Tel. (0318) 555 075
E-mail: a.boere@dekleuver.nl

Kort vooraf

[Klaske Blom]

Politiek en wiskundeonderwijs

Laat ik eens beginnen met wat u in dit nummer niet aantreft: de jaarrede van Marian Kollenveld zoals ze die uitgesproken heeft tijdens de jaarvergadering van de NVvW op 7 november en onze jaarlijkse fotoreportage van de studiedag. Vanwege ons productieschema vindt u deze bijdragen in *Euclides* nummer 4.
Het thema van de studiedag, 'Wiskunde, daar kun je op rekenen', was en is nog steeds hot. Misschien is de hectiek al weer een beetje gezakt als het kerstvakantie is, maar op het moment dat ik dit schrijf, eind november, heb ik het gevoel dat we in een (wiskunde)onderwijstredmolen zijn beland, waarbij niemand weet hoe de muizen te stoppen die het rad in beweging houden. In mijn cynische momenten word ik er een beetje geshuffeld van.
De referentieniveaus voor rekenen zijn vastgesteld en hop, daar is het voornemen al om vanaf 2014 deze niveaus ook centraal te examineren. Weer een toetscircus erbij, terwijl iedereen al doordrongen lijkt van de noodzaak tot het versterken van de rekenvaardigheden van onze leerlingen; de argwaan van politici ten aanzien van onderwijsmensen in het veld lijkt groot te zijn. De rekendidactiekvete tussen de 'realisten' en de 'traditionelen' is door de KNAW beslecht. In de samenvatting van het rapport staat: 'Het publieke debat overdrijft de tegenstelling tussen de traditionele en de realistische rekendidactiek en gaat bovendien over het verkeerde onderwerp, namelijk een vermeend verschil in het effect van beide didactieken. Er is geen overtuigend verschil aangetoond.' De docent blijkt middelpunt van goed onderwijs te zijn. Wordt door deze uitspraak de genoemde argwaan nog groter? Het onderwijs blijkt immers niet zulke goede doorstromers op te leveren, en dat ligt dus aan de docent, niet aan de didactiek…? U kent vast ook de opvatting dat je met positief denken een positieve invloed op je gezondheid kunt hebben. Een aantrekkelijke gedachte, totdat je ziek wordt. Dan blijk je dus iets, tussen je oren, niet goed in de hand gehouden te hebben. Of is het onjuist deze als-dan-bewering om te draaien? Hoe zit dat in het onderwijs? Iedereen lijkt het eens te zijn over de bewering: als er een goede docent voor de klas staat, krijgen kinderen de kans het ver te schoppen. En andersom? Als blijkt dat leerlingen niet voldoende vaardigheden in huis hebben, is dan de docent niet goed of …? Laten we proberen als docenten niet te lichtgeraakt te zijn in dit debat en de nadruk-op-de-docent vooral te zien als een welkome kans om onszelf te scholen en onze kwaliteit te verhogen. Misschien reageert u wel op de oproep van de Volkskrant aan haar lezers op zaterdag 21 november: een oproep om de dertig(!) onderwijsproblemen te prioriteren en met creatieve oplossingen te komen. Hier kunt u uw ideeën aan een panel van wijzen kwijt.
Hoe dan ook, met de vele rapporten en publicaties krijgt het wiskundeonderwijs veel aandacht. Ik wil geen struisvogel zijn en zal daarom dapper onder ogen blijven zien dat er veel te verbeteren valt en mijn steentje bijdragen: we zijn op school al begonnen met het opzetten van een goede rekenleerlijn van klas 1 tot en met 6, en ik probeer mijn vakliteratuur bij te houden.

Vakblad

Daarmee ben ik dan toch weer rond, in mijn hoop dat *Euclides* ook deze keer weer een steentje kan bijdragen aan het onderhouden en verbeteren van onze eigen onderwijskwaliteit. Er zijn weer inspirerende bijdragen. Graag noem ik het tweeluik van Quintijn Puite en Mariken Barents over de voorbereidingen voor deelname aan de Wiskunde Olympiade op uw school, en het artikel van Kees Garst waarin hij beschrijft hoe je bij C-leerlingen kritische denkkracht kunt ontwikkelen.
Uit *Wisactueel* hebben we een stuk overgenomen waarin de wiskunde van de mp3-speler centraal staat in een NLT-les gegeven door Marianne Lambriex. Ook inspirerend is de winnaar van de VO-onderwijsprijs van het schoolbestuur Lucas Onderwijs, een prijs voor de docent die zich bijzonder verdienstelijk heeft gemaakt voor onderwijs. Wiskundedocent Ary Greevenbosch werd voorgedragen door zijn leerlingen en won; Joke Verbeek laat u met hem kennismaken in een interview.
Verder maken we in dit nummer een begin met een achtdelige serie over Ludolph van Ceulen. Hij was een verwoed rekenaar die 400 jaar geleden overleed en zijn werk is de moeite waard er een serie artikelen aan te wijden. We hopen dat u ervan zult genieten in deze en komende jaargang.

Uitbreiding vaste rubrieken

En dan heel wat anders, we hebben een nieuwe columniste toegevoegd aan onze rubrieksauteurs-groep: Dorien Lugt gaat een paar keer per jaar een column verzorgen over haar belevenissen als wiskundestudente, net begonnen in Delft. Uiteraard kunt u blijven genieten van de bijdragen van Frits Göbel, deze keer met een speciale kerstpuzzel over Kikkersprongen, als variaties van de Paardzet uit het schaakspel. Na fazant en/of haas is dit vast aangenaam ontspannen. En ook Ton Lecluse zet u weer aan het werk, dit keer met tweedimensionale kerstballen.

Rest mij u een heerlijke kerstvakantie te wensen, en al vast een heel gelukkig 2010!

Inhoud

Ludolph van Ceulen 1540–1610

IN DE BAN VAN DE CIRKEL



[Steven Wepster]

In 2010 is het 400 jaar geleden dat Ludolph van Ceulen overleed. Om verschillende redenen is het mooi om daar aandacht aan te besteden. Van Ceulen was een verwoed rekenaar die steevast 'met lust ende arbeyt' verder rekende waar anderen stopten. Doordat hij niet academisch geschoold was, nam hij niet altijd de meest voor de handliggende weg; wel bedreef hij wiskunde van internationaal niveau. Er zijn inderdaad verschillende redenen waarom we van mening zijn dat Van Ceulen en zijn werk de moeite waard zijn om een serie artikelen aan te wijden. Zijn werk ademt steeds een werklustige frisheid, zijn wiskunde is vaak mooi en boeiend, en dat maakt het tot heel interessant materiaal om met leerlingen aan te werken. Het kijken naar de problemen waarmee wiskundigen in zijn tijd worstelden, geeft een verdieping aan de schoolwiskunde van nu. Daar komt nog bij dat Van Ceulen interessante, soms zelfs spetterende, relaties met zijn omgeving had en daardoor leren we dan weer iets over de tijd waarin hij leefde.
Al met al dus genoeg reden om u acht nummers lang te trakteren op Van Ceulen-verhalen, geschreven door diverse specialisten.

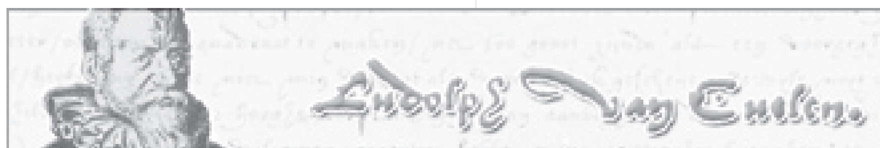
Deze eerste aflevering geeft, bij wijze van inleiding en raamwerk, een levensschets. Maar ook buiten dit tijdschrift valt er in 2010 van alles te beleven op Van Ceulen-gebied. Om te beginnen is er een speciale Van Ceulen-sessie op de NWD (5 en 6 februari 2010). Daar kunt u kennismaken met een aantal lespakketten voor verschillende niveaus havo/vwo die daar door de makers (Marjanne de Nijs en Margot Rijnierse) gepresenteerd worden. Voor de beste leerlingen van de bovenbouw vwo is er bovendien in het najaar een masterclass op de Universiteit Utrecht. Op de website ***www.ludolphvanceulen.nl*** kunt u nog meer informatie en materiaal vinden.

Ludolph van Ceulen

Ludolph van Ceulen is vooral bekend geworden doordat hij 35 decimalen van π berekend heeft. Dat wapenfeit, een prestatie die getuigt van zijn volharding bij het rekenwerk, staat op vele plekken vermeld. De cijfers stonden op zijn grafsteen in de Leidse Pieterskerk tot die in de loop van de 19e eeuw verwijderd is. Sinds bijna tien jaar is er in de kerk een replica van de steen te bewonderen. De betrouwbaarste bron over Ludolph van Ceulen is [1], waarop dit artikel voor een belangrijk deel gebaseerd is.
Ludolph van Ceulen werd geboren op 28 januari 1540 in Hildesheim (Duitsland). Van diverse geruchten over zijn jeugd is er slechts één aannemelijk, namelijk dat hij na het overlijden van zijn ouders met twee broers naar Antwerpen trok. Uit een notitie in het Antwerps stadsarchief blijkt dat Ludolph in 1562 in Delft woonde. Mogelijk had hij er toen ook al een schermschool (***zie figuur 1*** op pag. 100), maar dat weten we niet zeker. Aangezien hij in 1596 schreef dat hij op dat moment ruim dertig jaar in de reken- en wiskunde actief was, kunnen we concluderen dat hij daar kort na het begin van die Delftse tijd mee begonnen is. Hij is twee keer getrouwd geweest: nadat zijn eerste vrouw overleden was, trouwde hij de weduwe van de eveneens overleden rekenmeester Bartholomeus Cloot. Uit de huwelijken werden twaalf kinderen geboren. Cloot was net als Van Ceulen uit Antwerpen naar Delft verhuisd.
Voor jongelieden van gegoede afkomst waren rekenen en schermen belangrijke elementen in de opvoeding. Schermen, dansen, paardrijden, en musiceren waren zelfs essentiële vaardigheden in de vorming van elke jongeling van de regentenklasse, terwijl de rijke kooplieden uiteraard veel belang hechtten aan rekenvaardigheid en verstand van interestberekeningen. Aangezien Ludolph zich zowel scherm- als rekenmeester kon noemen, en in beide 'vakken' les gaf, kunnen we verwachten dat hij de belangstelling van de gegoede klasse op zich gevestigd heeft.
En blijkbaar kwam die belangstelling. Toen Delft zich in 1572 bij de Opstand tegen de Spaanse overheersing aansloot, namen de gereformeerde bestuurders het plaatselijke Agathaklooster in beslag. Hier koos Prins Willem van Oranje zijn hoofdonderkomen en vandaar dat we het klooster ook wel kennen onder de naam 'Prinsenhof'. De kloosterkapel ging later dienen als bijeenkomstruimte voor de Waalse Kerk en tevens als schermschool voor Van Ceulen. De schermmeester ontving zelfs een vergoeding van de stad. Van Ceulen moet in die periode dus inderdaad goede connecties hebben gehad.

Eerste publicaties

In het jaar waarin Willem van Oranje werd vermoord, 1584, verschijnt toevallig het eerste harde bewijs van Van Ceulens wiskundige activiteiten: een boekje getiteld *Solutie ende werckinghe op twee geometrische vraghen by Willem Goudaen inde jaeren 1580 ende 83 binnen Haerlem aenden kerckdeure ghestelt: mitsgaders propositie van twee andere geometrische vraghen*. Het bevat een smeuïg verslag van een knetterende ruzie tussen de Haarlemse rekenmeester Willem Goudaen enerzijds, en anderzijds (al dan niet onafhankelijk van elkaar) onze Ludolph van Ceulen en Claes Pietersz. van Deventer. Over deze ruzie zult u in een van de volgende artikelen meer kunnen lezen, dus ik zeg er nu verder niets over. Ook een andere twist waar Van Ceulen een belangrijk aandeel in heeft, zal hier slechts terloops passeren: in datzelfde jaar namelijk



publiceert Simon van der Eycke een vermeende 'oplossing' van het aloude probleem om een vierkant te construeren met dezelfde oppervlakte als een gegeven cirkel. Van Ceulen ontmaskert deze zogenaamde cirkelkwadratuur (***zie figuur 2***), waarna Van der Eycke nieuwe dwalingen begaat die Van Ceulen wederom tot reactie nopen. Het lijkt wel alsof Van Ceulen door deze twist definitief in de ban van de cirkel raakt, of preciezer: van het vraagstuk naar de verhouding tussen omtrek en middellijn van een cirkel. Tegenwoordig duiden we die verhouding aan als π, maar dat is pas zo sinds William Jones in 1706 dat symbool introduceerde voor, zoals hij schreef, 'Van Ceulens getal'.
Om meer grip te krijgen op die verhouding wist Van Ceulen dat hij te rade moest bij een van de grootste geleerden uit de Griekse oudheid: Archimedes. Die had immers vastgesteld dat $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$, door de omtrekken van zowel een ingeschreven als een omgeschreven regelmatige 96-hoek met elkaar te vergelijken: die moesten samen de omtrek van een cirkel insluiten. Hoewel de geschriften van Archimedes wel al in druk waren verschenen, had Van Ceulen daar geen toegang toe. Ze waren namelijk in het Grieks of Latijn gesteld en Van Ceulen had geen klassieke scholing gehad waarin hij die talen had kunnen leren. Gelukkig voor hem was Jan Cornets de Groot bereid om het vertaalwerk voor hem te doen. Het ging maar om een paar bladzijden.
Daarmee komen we terug op de invloedrijke contacten van Van Ceulen. Jan de Groot was een van de invloedrijkste regenten van Delft. Hij was een rijk koopman en een van de 'burgemeesteren', het dagelijks bestuur van de stad. Bovendien was hij goed bevriend met de uit Brugge afkomstige Simon Stevin. De betekenis van Stevin voor de Nederlandse wiskunde is ontegenzeggelijk groot en we moeten ons hier beperken tot een paar relevante feiten. Stevin had enige tijd aan de Leidse universiteit gestudeerd en was daar in contact gekomen met Prins Maurits, een van de zonen van Willem van Oranje. Stevin en Maurits hebben hun leven lang een bijzondere vriendschap gehouden waar wiskunde een belangrijke rol in speelde. Stevin en De Groot konden ook goed met elkaar overweg: samen ondernamen zij valproeven vanaf de toren van de Nieuwe Kerk in Delft en zij experimenteerden ook met verbeteringen aan het ontwerp van windmolens. Het was onvermijdelijk dat Stevin en Van Ceulen elkaar zouden ontmoeten. Blijkbaar is dat ook gebeurd, want Stevin noemt zijn collega een paar keer in zijn publicaties.
Jan de Groot had een talentvol zoontje genaamd Hugo, die zich later zou manifesteren als een van de grootste geleerden van Europa. Hugo de Groot ging in Leiden studeren en ongeveer tegelijkertijd werd zijn vader curator van de universiteit daar. Dat lag nogal voor de hand, aangezien een Delftse burgemeester bijna standaard een van de curatorposities vervulde. Minder voor de hand lag dat Ludolph van Ceulen op dat moment van Delft naar Leiden verhuisde. De precieze redenen weten we niet, maar het laat zich raden dat er wel enig verband is tussen de gebeurtenissen. Ook in Leiden hield hij zijn schermschool in een voormalig kerkgebouw. Het was een multifunctioneel gebouw, want deze Faliebegijnkerk was tevens bij de universiteit in gebruik als anatomisch theater en bibliotheek.

Vanden Circkel

Van Ceulens π-berekeningen waren inmiddels aangevuld en uitgebreid en zagen in 1596 het licht in zijn boek *Vanden Circkel*, dat hij opdroeg aan prins Maurits [3].
Hierin gebruikte hij in wezen dezelfde methode als Archimedes om π te benaderen in 20 decimalen (***zie figuur 3***); het aantal van 35 kwam pas later en komt niet in *Vanden Circkel* voor. In het boek vinden we ook de uitvoering van een programma waar hij samen met de Vlaamse geleerde Adriaan van Roomen aan gewerkt had: het berekenen van de lengte van de zijden van alle regelmatige ingeschreven veelhoeken met van 3 tot 80 hoeken (zie hiervoor [4]). Daarbij liet hij zien dat hij vaardig was in de zogenoemde 'regel coss', dat is een manier van algebra bedrijven met een minder flexibele notatie dan we nu kennen. Openhartig vertelt hij dat het hem nogal wat hoofdbrekens kostte voordat hij het verband begreep tussen de veelhoeken en de cossische vergelijkingen. Het gaat hier om problemen die gelijkwaardig zijn aan het verdelen van een hoek in 3, 5, 7 of andere 'ongunstige' aantallen gelijke delen. Er waren niet veel meer dan drie mensen die begrepen hoe je dat algebraïsch aan moest pakken: naast Van Ceulen waren dat de al genoemde Van Roomen en dan nog de vermaarde François Viète in Frankrijk. Echter niemand was zo vaardig in het numeriek benaderen van de oplossingen van de vergelijkingen als Van Ceulen. Omstandig legt hij uit hoe hij de vergelijkingen opstelde: soms zijn ze van duizelingwekkend hoge graad, maar steevast vermeldt hij daarna de kleinste positieve oplossing in een stuk of twintig decimalen. Met geen woord rept hij van zijn benaderingsmethode en we kunnen daar nog steeds slechts naar gissen.
Het boek bevat nog meer moois, zoals een weerlegging van een cirkelkwadratuur van een niet met name genoemde hooggeleerde heer, subtiel verpakt zodat doel en strekking toch duidelijk waren. Ook hierover leest u meer in een volgende aflevering; ik verklap nog dat de persoon in kwestie een student had die Hugo de Groot heette, en dat de kwestie uiterst gevoelig lag. Verder staan er nog een stuk of honderd vraagstukken in het boek die Van Ceulen aan zijn lezers schenkt 'niet twijfelende de rechte Lief-hebbers sullen lust ende behaghen daerin hebben'. Er zitten een paar meetkundige opgaven bij, enkele Diophantische vraagstukken, en veel problemen over het oplossen van derdegraads vergelijkingen. Sommige zijn verpakt in een context zoals deze:

Een Coopman reyst in een Jaer-marct / ende wint den eersten dagh soo veel gelt hy hadde / den tweeden dagh wint hy met 100 soo veel hy eerst hadde / den derden dagh wint hy met 100, twee meer als den tweeden dagh / heeft verteert 8 Gulden / ende behout noch voor Capitael / ende ghewin 200 Gulden. *Vraghe*. Hoe veel hy eerst hadde? *Antwoordt*. $47\frac{2939921}{10000000}$ Gulden te weynigh / ende $47\frac{2939922}{10000000}$ te veel.

De moeilijkheden beginnen bij mij vaak al met het zoeken naar de juiste interpretatie van de vraag: wint hij de derde dag 2 meer dan op de tweede dag *in totaal*, of *per honderd*? Dan kan het wel eens helpen dat het antwoord er al bij staat. Aan het realistisch gehalte van de opgave kun je twijfelen, maar het vertoont wel degelijk rekenmeesters-achtergrond.

Laatste jaren

Blijkbaar wist Van Ceulen goed om te gaan met de gevoelige kwesties want hij speelde



figuur 1 Schermschool (bron: Universiteitsbibliotheek, Leiden)



figuur 2 Uit: Kort claar bewijs...[2]


Aende Konst-lievende Lesers.

figuur 3 Uit: Vanden Cirkel, Aende Konst-lievende Lezers (pag. 7)

later nog een rol in een aantal commissies, zoals over rentekwesties of over een methode van lengtevinding op zee. Een echt mooie erkenning voor zijn prestaties en kwaliteiten kreeg hij in 1600. In dat jaar vestigde Prins Maurits de *Duytsche Mathematique*, een onderwijsinstelling die tegen de universiteit aanleunde maar waar niet in het Latijn, doch in de landstaal werd onderwezen aan toekomstige landmeters en ingenieurs. Maurits had behoefte aan zulke personen ten dienste van zijn leger. Hij had Stevin het programma laten opstellen en liet twee docenten benoemen: de Leidse oud-burgemeester Symon van Merwen en de inmiddels al zestigjarige Van Ceulen. Tot aan zijn dood, tien jaar later, bleef Van Ceulen er les geven, maar het schijnt dat hij niet altijd mee ging op veldwerk. Meer over deze periode leest u in een vervolgartikel.
Wat u ook in een volgend artikel gaat lezen, is hoe de oude Van Ceulen met zijn jongere leerling Willebrord Snellius 'samenwerkt'. De leerling weet zich na de dood van de meester belast met het verzorgen van een Latijnse editie van diens werk. Er lag nog een stapel ongepubliceerde manuscripten die de weduwe in het Nederlands heeft laten publiceren onder de titel (hier verkort) *De arithmetische en geometrische fondamenten* en die tegelijk in Latijnse vertaling verscheen als *Fundamenta arithmetica et geometrica*. De geleerde Snellius liet niet na om hier en daar commentaar te geven op de praktijken van wijlen de rekenmeester en dat geeft dan weer een kijkje in het verschil tussen hun denkwijzen.
Postuum verscheen er ook nog een tweede editie van *Vanden Circkel*. In tegenstelling tot wat de titel suggereert, is het boek *Ludophi à Ceulen De circulo et adscriptis liber* dat Snellius liet verschijnen, verre van een letterlijke vertaling. De beide Latijnse edities laten wel zien dat Snellius het werk van zijn leermeester waardeerde en dat hij het belangrijk vond om bij te dragen aan verdere verspreiding ervan.
Nog eeuwen behield π de aanduiding van het *Ludolphse getal* en die roem overschaduwt alle andere mooie wiskunde die de man deed. Veel van die wiskunde is van een absoluut topniveau, zoals bijvoorbeeld jongleren met algebraïsche vergelijkingen voor het delen van hoeken. Hoewel Van Ceulen regelmatig laat blijken dat hij niet een gedegen klassieke scholing heeft gehad, is het zonneklaar dat hij ver boven de rekenmeesters uitsteekt.

In het bovenstaande hebben we gezien dat Ludolph van Ceulen een uitstekend netwerk had. Daarnaast is een van de spannendste vragen (zowel vroeger als nu) welke persoon of instantie mag bepalen wie een goede wiskundige is, en wie minder goed. We kunnen vanuit ons heden terugblikken en de vraag stellen hoe goed Van Ceulen was. In de loop van het komende jaar kunt u daarover uw eigen oordeel vormen.

Referenties

[1] Friedrich Katscher (1979): *Einige Entdeckungen über die Geschichte der Zahl Pi sowie Leben und Werk von Christoffer Dybvad und Ludolph van Ceulen*. In: *Denkschriften der mathematischnaturwissenschaftlichen Klasse*, volume 116. Wien: Verlag der Österreichischen Akademie der Wissenschaften; pp. 85–129.
Online is *Vanden Circkel* beschikbaar via: *http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN539965979* (*SUB Göttingen*)

[2] Volledige titel: *Kort claar bewijs dat die nieuwe ghevonden proportie eens circkels iegens zyn diameter te groot is ende overzulcx de quadratura circuli des zelven vinders onrecht zy*.
In dit werkje keert Van Ceulen zich voor het eerst tegen Van der Eycke.

[3] Op de omslag van dit nummer van *Euclides* is pagina 1 van *Vanden Circkel* opgenomen.

[4] Steven A. Wepster (2008): *Van Ceulens veelhoeken en veeltermen*. In: *Nieuwe Wiskrant*, 28(1); pp. 43–48.

Over de auteur

Steven Wepster is docent aan het departement Wiskunde van de Universiteit Utrecht en coördineert de activiteiten in het Van Ceulen-jaar 2010.
E-mailadres: *s.a.wepster@gmail.com*

Kritische denkkracht ontwikkelen bij 'Vorm en ruimte'

[Kees Garst]

Inleiding

Vorm en ruimte is een van de nieuwe domeinen binnen het C-examenprogramma 2014 voor het vwo (havo kent geen wiskunde C). Voor dit domein is 40 slu gereserveerd (***zie figuur 1***). In de afgelopen twee jaar heeft de ontwikkelgroep Vorm en ruimte[1] van cTWO twee leerstofpakketten voor dit domein gemaakt, namelijk *Verhoudingen* en *Perspectief*. De eerste versies van dit lesmateriaal zijn uitgeprobeerd door een groep 4-vwo A/C-leerlingen van ISG-Arcus in Lelystad en door leerlingen van een 4-vwo C-groep van het Anna van Rijn College in Nieuwegein.[2]

In dit artikel wil ik u via een aantal voorbeelden van opgaven uit dit lesmateriaal een globale indruk geven van een mogelijke invulling van het domein Vorm en ruimte en van de manier waarop dit materiaal door de leerlingen ontvangen is. De complete pakketten, inclusief handleidingen, zijn te downloaden van de website van cTWO[3].

Vorm en ruimte en een wiskunde C-leerling

Het 2014 examenprogramma omschrijft de globale eindterm voor het domein Vorm en ruimte als volgt:

De kandidaat kan van een ruimtelijk object aanzichten en perspectieftekeningen maken, er berekeningen aan uitvoeren en conclusies trekken over vorm en oppervlakte van zo'n object.

Met deze omschrijving in het achterhoofd is de ontwikkelgroep lesmateriaal gaan maken voor leerlingen in het C&M-profiel die wiskunde C kiezen. Wat voor leerlingen hebben we dan voor ogen? Een aantal van hen heeft bewust het profiel Cultuur & Maatschappij gekozen vanwege hun belangstelling voor kunstvakken, talen of geschiedenis. Het kan ook die leerling zijn die in de loop van de eerste drie jaar van het vwo steeds meer moeite kreeg met het begrijpen van steeds abstractere wiskundetaal en om die reden een profiel heeft gekozen met daarin de, op het oog, minst formele wiskundevariant.

Het is voor de ontwikkelgroep een uitdaging om voor deze leerlingen leerstof te maken die niet afgeleid is uit een van de bestaande wiskundeprogramma, uitdaagt tot kritisch denken en aansluit bij het C&M-profiel. Tegelijkertijd ligt er de interessante vraag in hoeverre deze leerlingen in staat zijn om de meetkunde te begrijpen die bij onderwerpen als perspectief en verhoudingen naar voren komt, en hoe de algebra wordt ontvangen als gerekend wordt met, bijvoorbeeld, de gulden snede.

Verhoudingen

Het leerstofpakket *Verhoudingen* is in de cursus 2008-2009 gemaakt en in twee 4-vwo klassen met wiskunde A/C uitgevoerd.

Het onderwerp sluit goed aan bij de onderbouw. Binnen de leerlijn van Vorm en ruimte kan dit onderwerp dan ook het beste in klas 4 gedaan worden. Voor dit onderwerp is uitgegaan van een studielast van ongeveer 20 uur.

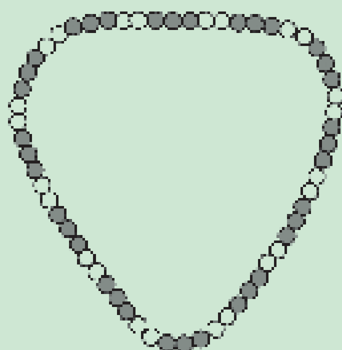
In de klas hebben de leerlingen ongeveer 12 lesuren (van 50 minuten) aan dit leerstofpakket gewerkt. De rest van de studielast werd gebruikt voor het uitvoeren van huiswerkopdrachten en het maken van een afsluitende opdracht.

De leerlingen leren:

- verhoudingen in toegepaste situaties herkennen en gebruiken;
- rekenen met verhoudingen;
- gelijkvormigheid van rechthoeken in toegepaste situaties herkennen en gebruiken, bijvoorbeeld bij papierformaten en de gulden rechthoek, ook vanuit historisch, kunstzinnig en maatschappelijk perspectief;
- rekenen, redeneren en tellen bij regelmatige veelhoeken;
- het effect van een schaalverandering op de oppervlakte en inhoud van figuren en lichamen schatten en berekenen.

Verdeling CE-SE			
Domein	SLU	CE	SE
A Vaardigheden		X	X
B Algebra en tellen	60	X	
C Verbanden	80	X	
D Veranderingen	60	X	
E Statistiek en kansrekening	160		X
F Logisch redeneren	40	X	
G Vorm en ruimte	40	X	
H Keuzeonderwerpen	40		X
Totaal	480		

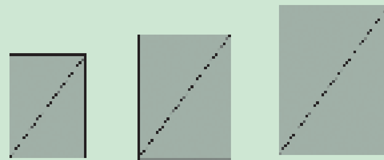
figuur 1



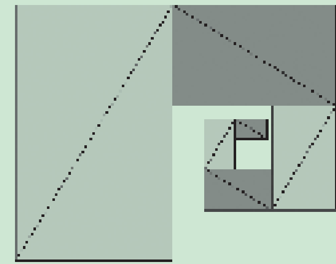
figuur 2 Wat is de verhouding tussen het aantal witte en het aantal zwarte kralen?



figuur 3 De oppervlakte van een cirkel geeft de grootte van de luchthaven aan: het aantal passagiers dat in 2007 werd vervoerd. Ga na of de cirkels 'Schiphol' en 'Dortmund' in de juiste verhouding zijn getekend.



figuur 4a



figuur 4b Door gelijkvormige rechthoeken aan elkaar te leggen vormen de diagonalen een spiraal met rechte hoeken.

'Ik heb nog nooit zoveel tijd aan wiskunde besteed'

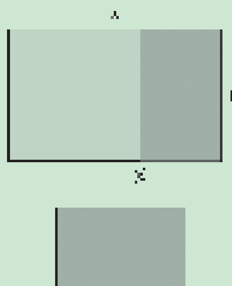
Zo vertelt een van de leerlingen bij de evaluatie van *Verhoudingen*, en ze is er zelf zichtbaar verbaasd over. Haar opmerking sluit aan bij mijn observaties tijdens het werken aan dit pakket in de klas en daarbuiten. De opdrachten nodigen uit tot uitvoerig overleg over het goede of meest juiste antwoord. Het ontbreken van een antwoordenboek draagt daar positief aan bij. Maar ook het vouwen, knippen en schuiven met kranten en het meten en tekenen leveren geanimeerde lessen op.
In het eerste hoofdstuk wordt vastgesteld wat we met 'verhouding' bedoelen. Wat wordt bedoeld als hoeveelheden zich verhouden als 3 : 5 : 8? De vraagstelling in het pakket maakt dat de leerlingen zich opnieuw bewust worden van dit begrip (***zie figuur 2*** op pag. 101). Een C-leerling gebruikt daarbij niet automatisch het wiskundejargon dat wij, docenten, met onze kennis van wiskunde nodig en handig vinden. De vraagstelling nodigt de leerlingen nadrukkelijk uit om met elkaar te overleggen, precies te laten formuleren wat bedoeld wordt en regelmatig met elkaar vast te stellen wat de betekenis is van een begrip en hoe dit handig opgeschreven kan worden.
Het tweede hoofdstuk gaat over de effecten op oppervlakte en inhoud als lengtes met een factor worden vermenigvuldigd. Dit onderwerp is in de onderbouw ook aan de orde geweest. Door onder andere contexten te kiezen uit andere vakken uit het C&M-profiel, zoals aardrijkskunde (***zie figuur 3***), wordt de profieleigen benadering benadrukt. Overigens geeft deze opgave bij de leerlingen veel stof tot nadenken over zorgvuldig meten van cirkeldiameters, vergrotingsfactoren, oppervlakteformule van een cirkel en verhoudingstabellen.

In het derde hoofdstuk wordt vastgelegd wanneer twee rechthoeken gelijkvormig zijn. In dit pakket wordt dat onder meer gedaan door naar de diagonalen te kijken. In de klas heb ik gelijkvormigheid van rechthoeken ingeleid met een practicum. Elk groepje leerlingen krijgt een stapel kartonnen rechthoeken van verschillende afmetingen. In de stapel zitten een aantal gelijkvormige rechthoeken. Op elke rechthoek is een diagonaal getekend. De leerlingen moeten allereerst uit de stapel die rechthoeken kiezen waarvan ze de verhouding mooi vinden.
Volgens de experimenteel psycholoog Fechner (1801-1887) kiezen mensen die rechthoeken waarvan de zijden zich verhouden als ongeveer 5 : 8. Natuurlijk willen de leerlingen weten of hun keuze van mooie rechthoeken die bewering staaft en er wordt naarstig gemeten en gerekend met verhoudingen.
Vervolgens krijgen de leerlingen de opdracht om alle gelijkvormige rechthoeken uit hun stapel te selecteren zonder aan zijden te meten. Ze hebben spoedig in de gaten dat de diagonaal hierbij een handige rol speelt en de volgende regel wordt vastgesteld:
Als gelijkvormige rechthoeken in dezelfde stand staan, lopen de diagonalen evenwijdig (***zie figuur 4a en figuur 4b***).
Eén van de groepen heeft een stapeltje rechthoeken met diverse opeenvolgende A-formaten (A3, A4, A5, …). De rechthoeken van de spiraal sluiten exact op elkaar aan en vullen naar binnen alle ruimte op. Een verrassende uitkomst voor de leerlingen. Daarmee wordt duidelijk dat er aparte reeksen gelijkvormige rechthoeken zijn met bijzondere eigenschappen. De A-formaten worden vervolgens via de opgaven uitgebreid verkend.

De gulden rechthoek is de tweede bijzondere rechthoek waarvan de eigenschappen onderzocht worden. Dat hierbij niet voorbij wordt gegaan aan het gebruik van algebratechnieken als haakjes wegwerken en de *abc*-formule, blijkt uit de opgave ***in figuur 5***. Veel leerlingen hebben moeite om vanuit de plaatjes te komen tot de vergelijking $x \cdot (x - 1) = 1$. Ook de herleiding van deze vergelijking tot $x^2 - x - 1 = 0$ vraagt de nodige uitleg, maar het oplossen van deze vergelijking met behulp van de *abc*-formule of de grafische rekenmachine verloopt vrij probleemloos. Ook de leerlingen zien hierbij in dat de algebra ingezet wordt als instrument om een (exacte) *x*-waarde te vinden om een gulden rechthoek te kunnen maken.
In het vervolg wordt via diverse voorbeelden uit kunst en architectuur ingegaan op de zin en onzin van het al dan niet voorkomen van de gulden verhouding in kunst en architectuur.
In het laatste hoofdstuk van het lespakket *Verhoudingen* worden regelmatige veelhoeken verkend. Na het vierkant en de regelmatige zeshoek wordt ingezoomd op de regelmatige vijfhoek. Stapsgewijs wordt ook hier het gulden getal uit de figuur afgeleid.

Perspectief

Het leerstofpakket *Perspectief* was het eerste dat door de ontwikkelgroep Vorm en ruimte is gemaakt. De experimentele versie is in de cursus 2007-2008 in 4- en 5-vwo uitgeprobeerd. Op basis van de opgedane ervaringen blijkt dit onderwerp het beste te passen ná *Verhoudingen*, dus in klas 5. Inmiddels hebben leerlingen op verschillende scholen het pakket *Perspectief* in de klas gedaan.
In het oude HAWEX-programma voor



figuur 5

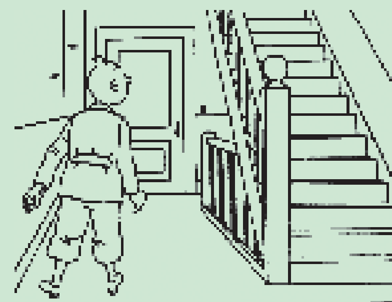
Noem de korte zijde van de rechthoek 1 en de lange zijde x.

a. Wat zijn de zijden van de rechthoek die overblijft als je er een vierkant vanaf knipt? We zoeken nu díe waarde van x, waarbij de grote en de kleine rechthoek gelijkvormig zijn. Van de grote rechthoek is de korte (verticale) zijde 1. Van de kleine rechthoek is de korte zijde $x - 1$. We moeten de grote rechthoek dus met $x - 1$ vermenigvuldigen om er de kleine rechthoek van te maken.

b. Leg uit dat hieruit volgt dat $x \cdot (x - 1) = 1$.

c. Leid hieruit af dat $x^2 - x - 1 = 0$.

d. Bepaal x.



figuur 6

a. Op de hoogte van welke traptrede bevond zich het oog van de tekenaar?

b. Hoe hoog ongeveer was het oog van de tekenaar boven de vloer? Toelichten!

wiskunde B werd perspectief onderwezen als één van de projectiemethoden. De leerlingen moesten o.a. de begrippen horizon en verdwijnpunt kennen en in een perspectieftekening lijnstukken op de juiste manier kunnen verdelen. Binnen het vwo wordt het Zebraboekje *Perspectief, hoe moet je dat zien?* wellicht door u gebruikt als invulling voor een praktische opdracht of keuzeonderwerp.

In het leerstofpakket *Perspectief* is uit beide bronnen geput. Er is nadrukkelijk geprobeerd het onderwerp te behandelen op een manier die recht doet aan de mogelijkheden en belangstelling van de C-leerling.

'Het ziet er niet uit als wiskunde'

Zo luidt een reactie van een leerling bij de eerste aanblik van het pakket *Perspectief*. Voorbeelden uit (schilder)kunst en architectuur vormen een startpunt voor het bedrijven van wiskunde. De contexten sluiten aan bij de belangstelling van de C&M-leerling. En voor die leerling die met een negatief beeld van wiskunde uit klas 3 is gekomen, is de aanblik van het pakket geen bevestiging van het vooroordeel dat het wel weer moeilijk zal worden. Daarmee is de nieuwsgierigheid gewekt en dat is een mooi begin om wiskunde te doen.

De verwondering bij de leerlingen is groot als ze tijdens de eerste les een kijkdoos in elkaar zetten, waarna een blik door het kijkgaatje een levensecht interieur van een bakkerswinkeltje laat zien. Het wordt direct duidelijk waarom het gaat, namelijk: waar moet je je oog plaatsen zodat je het ruimtelijke effect van een tweedimensionale afbeelding ervaart. In het eerste hoofdstuk wordt hierop op diverse manieren voortgeborduurd (***zie figuur 6***).

Vervolgens worden parallelprojectie en perspectief met elkaar vergeleken (***zie figuur 7*** op pag. 104). In diverse wiskundemethodes komt dit ook in de onderbouw voor. Aan de hand van het model met grondvlak, tafereel en oogvlak (***zie figuur 8*** op pag. 104) wordt stapsgewijs uitgelegd hoe via het tekenen van kijklijnen een perspectiefbeeld van een object op een tafereel geprojecteerd wordt. Leerlingen vormen zich uiteindelijk een mentaal beeld van dit model, maar voor het zo ver is, wordt in de klas daadwerkelijk met een tafereel en kijklijnen onderzocht hoe een perspectieftekening tot stand komt. Het aan elkaar uitleggen en beredeneren hoe je zeker kunt weten of een getekende kijklijn correct is, blijkt nog niet zo eenvoudig. De manier waarop leerlingen bezig zijn met het tekenen van snijpunten van lijnen en vlakken, doet tot op zekere hoogte niet onder voor wat er in het verleden van leerlingen bij ruimtemeetkunde werd gevraagd.

De laatste hoofdstukken plaatsen de leerling voor een schilderij rond de vraag waar je het oog moet houden om de afbeelding op zijn best te kunnen zien. Eenpunts- en tweepuntsperspectief worden met behulp van vloertegels op schilderijen nader onderzocht (***zie figuur 9*** op pag. 104).

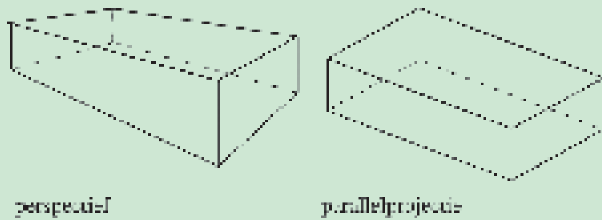
Twaalf lesuren (van 50 minuten) zijn voldoende gebleken om het leerstofpakket door te laten werken. Vervolgens kunnen de leerlingen de opgedane kennis toepassen door het maken van een zelfde soort kijkdoos als waarmee het pakket start, of door het ontwerpen van een stoeptekening in perspectief. Dit soort creatieve verwerkingsopdrachten vragen nog wat meer tijd, maar blijken prima opdrachten waarmee de leerlingen kunnen laten zien dat ze met hun wiskundig gereedschap kunnen bedenken, beredeneren en uitleggen hoe te tekenen wat ze zien.

Tot slot

Ik hoop dat u via deze bloemlezing uit het lesmateriaal voor Vorm en ruimte een indruk hebt gekregen van een van de voorgestelde vernieuwingen in het C-examenprogramma 2014. Ook heeft u kunnen lezen hoe de ontwikkelgroep Vorm en ruimte het wiskundig denken en redeneren bij C-leerlingen probeert te bevorderen. De ervaringen leren dat het ontwikkelen van kritische denkkracht bij deze leerlingen niet automatisch gaat als je de leerlingen de leerstof uitsluitend zelfstandig door laat werken. De inhoudelijke interactie met de docent over de leerstof is essentieel. Ook vraagt de C-leerling van de docent een grote inspanning en creativiteit met betrekking tot de voorbereiding van de lessen. De C-leerling wordt doorgaans niet automatisch gemotiveerd door een verzameling wiskundige notaties in een boek. Practica, presentaties, klassengesprekken en andere werkvormen moeten ingezet worden om de kritische denkkracht, die deze leerlingen wel degelijk hebben, te activeren.

Het is bekend dat de C-groep op veel scholen klein is en daarom meestal samengevoegd wordt met wiskunde A. De overlap tussen beide programma' s op dit moment laat dit ook wel toe, al kun je je de vraag stellen of je de C-leerling daarmee wel helemaal recht doet. In het beoogde C-examenprogramma 2014 worden de verschillen met het programma voor wiskunde A alleen maar groter. Het is wenselijker om aparte wiskunde C-groepen te formeren, waarbinnen je ten volle in kunt spelen op de mogelijkheden die deze leerlingen voor wiskunde hebben.

We nodigen u van harte uit om de pakketten in de klas te gebruiken en uw ervaringen met ons te delen.



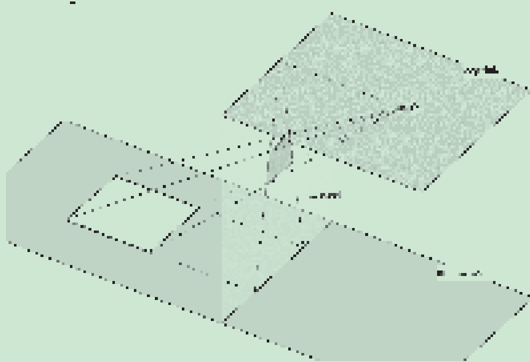
figuur 7
We vergelijken de twee tekeningen van een balk in perspectief en in parallelprojectie.
Wat evenwijdigheid betreft:

a. Als lijnen in werkelijkheid evenwijdig zijn, zijn ze dat ook in parallelprojectie.
Hoe zit dat bij perspectief?

Wat verhoudingen betreft:

b. Zoek op het werkblad het midden van de drie grensvlakken aan de kant vanwaar je kijkt, zowel in de perspectieftekening als in de tekening in parallelprojectie (tip: gebruik de diagonalen).

c. Het midden van een lijnstuk is in parallelprojectie altijd weer het midden.
Hoe zit dat in perspectief?



figuur 8



figuur 9
Bekijk het schilderij Het Oordeel van Cambyses. Het ene vluchtpunt V1 is getekend, het andere V2 ligt buiten het papier. De werkelijke positie van het oog O voor de horizon is zodanig dat de lijnen OV1 en OV2 loodrecht op elkaar staan.
- Waar ongeveer denk je dat het oogpunt is?

Noten

[1] De ontwikkelgroep Vorm en ruimte van cTWO bestaat uit:
- een auteur (Leon van den Broek);
- een deskundige uit het hoger onderwijs (Agnes Verweij);
- twee meelezende docenten die het lesmateriaal uitproberen in hun eigen klassen (Kees Garst, Nicolette van de Kuilen);
- een lid van het projectteam van cTWO (Hielke Peereboom).

[2] Een leerling uit zo'n groep wordt in dit artikel aangeduid met A-leerling c.q. C-leerling [red.].

[3] Zie: *www.fi.uu.nl/ctwo/lesmateriaaldir/ExperimenteelLesmateriaal/*

Over de auteur
Kees Garst is docent wiskundedocent op ISG-Arcus in Lelystad en daarnaast lid van de ontwikkelgroep Vorm en ruimte van cTWO.
E-mailadres: *c.garst@isg-arcus.nl*

MP3-speler: mooie kapstok voor veel, leuke wiskunde

[Betty Majoor]

Vrijwel elke leerling heeft er een, een ipod of mp3-speler. In het vak 'Natuur, Leven en Technologie' (NLT) komen de bezitters van deze kleine kastjes alles te weten over mp3. De techniek die daar achter zit, blijkt vaak een echte eyeopener: natuurkunde, elektrotechniek, biologie en heel veel wiskunde.

In de les van Marianne Lambriex, wiskundedocent aan het Stedelijk College in Eindhoven, schalt de muziek door het klaslokaal. Lambriex is een van de testdocenten van 'De mp3-speler'. Samen met 19 leerlingen voelt zij deze nieuwe NLT-module aan de tand. Door de vele leervormen – waaronder een speciaal voor de module ontwikkelde ontwerpapplicatie, een practicum met in- en outputsensoren, een videocollege en het gebruik van applets – maken de leerlingen intensief kennis met de wereld achter mp3. Daar schuilen onderwerpen achter als golven, geluid, geluidsniveaus, gehoorschade, (flash) geheugens en design. Bovendien blijkt er in die kleine kastjes veel wiskunde verwerkt te zijn.

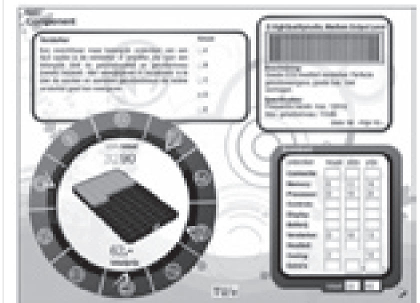
Puzzelen met Huffman en Fourier

De kiem voor de module is door het Willem II College in Tilburg gelegd. Daar stond de mp3-speler centraal in een vakoverstijgend project voor natuurkunde, wiskunde en biologie. Bij de ontwikkeling van het vak NLT bleek het een prima onderwerp om uit te bouwen tot een module voor 5/6-vwo. Samen met de Technische Universiteit Eindhoven (TU/e) werd het onderwerp verder uitgediept. Elise Quant, projectleider aan de kant van de TU/e: "Door actief mee te werken aan de ontwikkeling van NLT-modules wil de TU/e de aansluiting tussen vwo en universiteit verbeteren. Met het vak NLT kunnen leerlingen boven de reguliere stof uitstijgen en kennismaken met de werkwijze van een ingenieur. Wiskunde speelt daarbij een belangrijke rol. Voor veel studenten is het een struikelvak. Toch is het een onlosmakelijk deel van de opleiding tot ingenieur en de latere beroepspraktijk. We hebben in deze module dan ook bewust een accent op wiskunde gelegd."

Die wiskunde keert op een aantal plekken in de module terug:

- Het begint bij de geheugens die in een mp3-speler worden gebruikt. Foutenverbeterende codes moeten ervoor zorgen dat kapotte geheugencellen geen roet in het eten gooien. Dit wordt aan de hand van een cirkelregel – waaraan je lekker kunt puzzelen – en modulorekenen geïllustreerd. 'Leerlingen verbazen zich erover dat je met alleen 0-en en 1-en fouten kunt opsporen in een code', vertelt Lambriex, 'Het modulorekenen was pittig, maar werd uiteindelijk bij de toets wel goed gemaakt.'
- Golven veroorzaken geluid. In de module wordt de link tussen fysische en wiskundige golven gelegd en komt het rekenen met harmonische functies (sinussen, cosinussen en zwevingen) uitgebreid aan bod.
- Om geluidsdata compact op te kunnen slaan, wordt dit eerst gedigitaliseerd en vervolgens gecomprimeerd. Hier wordt kort het gebruik van Fouriertransformaties aangestipt. Met behulp van Huffmancodering wordt de kortste weergave van een serie getallen geconstrueerd. Lambriex: 'Fourrier was eigenlijk iets te heftig, maar bij dit onderdeel kun je prima de grafische rekenmachine inzetten om de invloed van amplitude en periode te onderzoeken.'

De module sluit af met een uitgebreide ontwerpopdracht waarin de leerlingen een mp3-speler moeten ontwerpen voor een specifieke doelgroep: scholieren, ouderen, sporters of, zoals leerlingen van Lambriex hadden bedacht, parachutespringers. Naast het ontwerpen van een mooie buitenkant, is ook het onderzoeken van bedieningsmogelijkheden – bijvoorbeeld met sensoren voor licht, geluid, infrarood of met (draai) knoppen – een populair onderdeel. Natuurlijk wordt dit getest met behulp van muziek. Lambriex: 'Mijn leerlingen hadden de toepassingen van sensoren eerder te pakken dan ik. Zo werd mijn afstandsbediening van de beamer ingezet en de hand als schaduwvormer. Helaas is de muziekkeuze niet de mijne als er drie verschillende nummers zo hard mogelijk, dat is toch de lol, door de klas schallen.'



figuur 1 Scherm uit de ontwerp-applicatie waarmee leerlingen zelf een mp3-speler kunnen samenstellen

Nieuw beleid mediatheek

Leerlingen voelen zich aangesproken door 'De mp3-speler'. Het onderwerp interesseert ze en ze weten vaak alles van de laatste ontwikkelingen. De basisprincipes die in de module aan de orde komen, blijven overeind, ook als mp3 straks wordt opgevolgd door een andere technologie.



figuur 2 Leerlingen van het Stedelijk College in Eindhoven onderzoeken bedieningssensoren tijdens hun ontwerpopdracht

De testdocenten zijn enthousiast. Hoewel ze het erover eens zijn dat de module veel voorbereiding vereist en erg uitgebreid is, adviseert geen van allen om onderdelen te schrappen. 'Niet teveel meer aan veranderen', is hun advies. 'Docenten verwachten dat, naarmate ze meer ervaring opdoen met "De mp3-speler", de lengte geen probleem hoeft te zijn', aldus Quant, 'De module bevat een grote variëteit aan onderwerpen en werkvormen. Bij tijdgebrek kunnen docenten daar eventueel een keuze uit doen.'

Ten slotte nog een paar ervaringen uit de praktijk: 'Het was erg leuk om de module te geven', vertelt Lambriex, 'Het maakt je blij om de wiskunde toegepast te zien. Ook op andere fronten heeft de module dingen losgemaakt, zoals de bewustwording van het risico op gehoorschade. Er zijn hier een aantal leerlingen die piloot willen worden. Omdat tweederde van de kandidaten wordt afgekeurd wegens gehoorschade, ging iedereen ineens heel ijverig met de gehoortestjes aan de slag. Ook het beleid van de mediatheek moest worden bijgesteld, zodat de leerlingen oortjes in mochten als ze de opgaven met applets wilden doen.' Een module met verstrekkende gevolgen dus.

Meer informatie over Natuur, Leven en Technologie en het leerlingenmateriaal van deze module is te vinden op *www.betavak-nlt.nl*.
De docentenhandleiding is opgenomen op de NLT-docenten-cd en is via de bovengenoemde website te bestellen.

Andere NLT-modules met een hoog wiskundegehalte

Voor havo:
- H002 Dynamische modellen havo
- H003 Aërosolen en vuile lucht
- H009 Plaatsbepaling en navigatie
- H018 Beter door praktische logistiek
- H019 Statistiek en technologie

Voor vwo:
- v102 Dynamische modelleren vwo
- V104 De mp3 speler
- V107 Medicijnen: van molecuul tot mens
- V108 Meten aan melkwegstelsels
- V112 Waterstofauto
- V116 Robotica
- V119 Holografie

Verantwoording
Dit artikel is met toestemming van de auteur, van Sophie Krabbenbosch (Wisactueel) en van Marianne Lambriex (Stedelijk College, Eindhoven) overgenomen uit *Wisactueel* van juni 2009 (zie ook de tekst ***in het kader***).

Wisactueel: wiskunde in de beroepspraktijk

Nederlandse technologische bedrijven als Shell, Cofely, Koninklijke Marine, Philips en Unilever hebben zich verenigd in **Jet-Net**, het Jongeren en Technologie Netwerk Nederland. Samen met scholen ontwikkelen zij activiteiten waarmee havo- en vwo-leerlingen aan den lijve kunnen ervaren dat technologie uitdagend, zinvol en maatschappelijk relevant is. Dat gebeurt door middel van gastlessen, workshops en veel meer. Voor wiskundedocenten publiceert Jet-Net het digitale magazine *Wisactueel* over wiskunde in de beroepspraktijk.

Wiskunde wordt door leerlingen vaak saai en moeilijk gevonden. En waar heb je het eigenlijk voor nodig? *Wisactueel* geeft docenten voorbeelden in handen van aansprekende wiskundetoepassingen in het bedrijfsleven. Wiskunde wordt gebruikt voor bagageafhandeling, filebestrijding, weersvoorspellingen, het beveiligen van staatsgeheime informatie en op andere gebieden. Door de *Wisactueel* krijgen ook de leerlingen via hun docent de toepassingen en veelzijdigheid van wiskunde te horen. En dat is nodig, want het bedrijfsleven zit te springen om wiskundigen.

In iedere *Wisactueel* worden mensen geïnterviewd die werkzaam zijn in het bedrijfsleven of aan onderwerpen werken die passen in de belevingswereld van scholieren. Daarnaast rapporteert *Wisactueel* over activiteiten waarbij leerlingen in contact komen met wiskundigen, zoals projecten op middelbare scholen en profielwerkstukken. Om de editie wordt het magazine gecompleteerd met een wiskundeopgave die bij voorkeur aansluit op een onderwerp dat in dezelfde editie aan de orde komt.

Wisactueel wordt digitaal verspreid. Dat maakt het voor docenten makkelijker om artikelen door te sturen of via een link beschikbaar te stellen aan hun leerlingen. Ook is het gemakkelijk de artikelen en opgaven uit te draaien. Docenten en andere belangstellenden kunnen op de website van *Wisactueel* een gratis abonnement op de nieuwsbrief aanvragen en reeds verschenen artikelen lezen. *Wisactueel* verschijnt elk kwartaal.

Informatie: *www.wisactueel.nl* en *www.jet-net.nl*

Persberícht

VAN HET LANDELIJK ONTWIKKELPUNT NLT

[Brechje Hollaardt]

Nieuwe NLT-modules gecertificeerd
Veenendaal, 26 juni 2009

Op donderdag 25 juni reikte Harrie Eijkelhof, voorzitter van de Stuurgroep NLT, op het Rembrandt College in Veenendaal de certificaten uit van de twintig NLT-modules die schooljaar 2008/2009 zijn gecertificeerd.
Voor havo zijn dit: Maak het verschil, Medische Beeldvorming, Lijmen en hechting, Veiliger met kaart en GIS, Glastuinbouw en energie, Duurzaam en niet duur, Smaak maken, Een waarheid als een koe.
Voor vwo zijn gecertificeerd: Bioinformatica, Robotica, Holografie, MP3-speler, Kernfusie, Levensloop van sterren, Ruimte voor de rivier, CO2-opslag: zin of onzin?, Zuiver drinkwater!?, Kijken en zien, Klimaatverandering: als het noordpoolgebied opwarmt, Hart en vaten.

In totaal zijn er nu 41 gecertificeerde NLT-modules. Deze modules zijn tot stand gekomen in een samenwerking tussen scholen, universiteiten, hogescholen en kennisinstituten. Het Landelijk Ontwikkelpunt NLT, de Stuurgroep NLT en externe experts hebben de modules beoordeeld op inhoud en didactiek. Docenten en leerlingen hebben de modules getest op uitvoerbaarheid.
Het vak Natuur, Leven en Technologie (NLT) ging in 2007 van start op 150 scholen. Inmiddels biedt bijna vijftig procent van de havo/vwo-scholen het vak aan. Scholen kunnen binnen zekere grenzen kiezen welke modules ze leerlingen laten volgen. Op havo is het vak 320 slu en doen leerlingen maximaal acht modules, op vwo is het vak 440 slu en doen leerlingen maximaal elf modules.
NLT blijft in ontwikkeling. Er zijn circa 25 nieuwe modules in ontwikkeling. Op tien plaatsen in het land zijn bij universiteiten en hogescholen regionale steunpunten voor NLT opgericht, vaak in combinatie met wiskunde D, soms ook voor informatica of technasium. Steunpunten ondersteunen docenten op verschillende manieren bij het invoeren van NLT. Ze proberen zoveel mogelijk vragen van docenten te beantwoorden en geven trainingen bij enkele NLT-modules. Elk steunpunt beheert een aantal modules. Scholen kunnen met vragen over die modules terecht bij het desbetreffende steunpunt.

Meer informatie over NLT en het Landelijk Ontwikkelpunt NLT: *www.betavak-nlt.nl*

foto 1 En de gecertificeerden zijn...



Nieuw: de halve finale van de Wiskunde Olympiade

DEEL 1 VAN EEN TWEELUIK

[Quintijn Puite]

Op 29 januari a.s. zullen weer vele scholen meedoen met de eerste ronde van de Wiskunde Olympiade. Dit jaar is er extra reden om hieraan mee te doen: er gaan dit jaar zo'n 750 leerlingen door naar de volgende ronde! Die wordt op 26 maart 2010 op tien universiteiten in het land gehouden. In dit artikel bekijken we alle ins en outs van deze nieuwe tweede ronde. In het parallelartikel hierna laat Mariken Barents een mooi voorbeeld zien van hoe je als school de olympiade in de aanloop in alle opzichten tot een succes kunt maken.

Groeiend aantal deelnemers

Het aantal deelnemers aan de jaarlijkse eerste ronde van de Wiskunde Olympiade is de afgelopen jaren verdubbeld: van 2200 in 2006 tot 4400 in 2009. Door de klasafhankelijke cesuur die twee edities geleden is ingevoerd, weten steeds meer onderbouwleerlingen de wedstrijd te vinden. En met de A-vragen in multiple choice is de wedstrijd sowieso toegankelijker geworden voor een breder publiek. We zijn erg blij met deze groei en we hopen dat er elk jaar weer meer havo/vwo-leerlingen van de olympiade zullen genieten.
Een keerzijde van dit succes is dat de lat om door te gaan naar de finaleronde in Eindhoven steeds hoger komt te liggen. Zo lag afgelopen jaar de cesuur bij 26, 23 en 20 punten (voor vijfdeklassers, vierdeklassers resp. onderbouwleerlingen) en het is geen sinecure voor een deelnemer om in één keer zo'n score te halen. We trekken ons de verhalen van leerlingen aan die door een suffe rekenfout net de cesuur hebben gemist. Langzaam drong het besef tot ons door: wordt het niet eens tijd voor een extra ronde? Zouden we het verschil van bijna factor 30 tussen de aantallen eerste ronde deelnemers (4400) en finalisten (150) niet eens moeten proberen te ontbinden in twee factoren 5 à 6? Zou het sowieso niet voor veel meer leerlingen leuk zijn om door te gaan naar een volgende ronde? Reken maar dat er ook in de top 750 vele leerlingen zitten die met succes een studie wiskunde aankunnen, en niets is voor hen meer motiverend dan de uitslag 'door naar de volgende ronde!'

Extra wedstrijdronde op tien universiteiten

De afgelopen twee jaren hebben we al goede contacten met een zestal universiteiten opgebouwd in verband met de regionale training die zij onze 150 finalisten de laatste maanden van het schooljaar aanbieden als voorbereiding op de finale in Eindhoven in september. We hebben, naast deze zes, nog vier universiteiten benaderd om in samenwerking met de Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade een extra wedstrijdronde te organiseren. Het idee is door alle tien universiteiten omarmd, zodat we met ingang van heden een extra ronde hebben tussen de eerste ronde op de scholen en de laatste ronde in Eindhoven! Deze *halve finale* valt dit schooljaar op 26 maart 2010 en wordt gehouden in Amsterdam (UvA en VU), Delft, Eindhoven, Groningen, Leiden, Nijmegen, Rotterdam, Twente en Utrecht.
Op grond van de landelijke resultaten van de eerste ronde zullen eind februari de beste deelnemers per categorie worden geselecteerd. Als we bijvoorbeeld afgelopen jaar al zo'n nieuwe tweede ronde hadden gehouden, had de cesuur voor de verschillende categorieën bij 21, 19 resp. 17 punten gelegen (in plaats van 26, 23 en 20 punten). De leerlingen krijgen dan binnen enkele dagen een brief thuis met de uitnodiging voor deze tweede ronde nieuwe stijl op een van de deelnemende universiteiten. Hier gaan de leerlingen tweeëneenhalf uur aan de slag met 5 open-antwoordvragen (voor 4 punten elk, vergelijkbaar met de B-vragen van de eerste ronde) en 2 redeneervragen (voor 10 punten elk, vergelijkbaar met de opgaven van de finaleronde). De resultaten hiervan zullen weer landelijk verwerkt worden, zodat we uiteindelijk de ca. 150 beste deelnemers kunnen uitnodigen voor de finale, die als vanouds in september in Eindhoven wordt gehouden.

Opgeven is nog mogelijk!

Wegens het strakkere tijdschema na de eerste ronde vragen we alle deelnemende scholen zich via internet in te schrijven en de resultaten via internet in te sturen (zie hiervoor verder de informatie op *www.wiskundeolympiade.nl*).
Wat houdt het organiseren van de eerste ronde op school ook alweer voor u als wedstrijdleider in? De wedstrijdleider geeft de school op en rekruteert de meest geïnteresseerde leerlingen uit elke klas (havo/vwo, eerste t/m vijfde klas).
Opgaven, antwoordformulier en een nakijkmodel worden door ons aangeleverd; de wedstrijdleider zorgt voor een lokaal op vrijdagmiddag en voor het nakijkwerk van de 8 multiple-choicevragen en de 4 open-antwoordvragen. Als uw school nog niet is opgegeven en u dat alsnog wilt doen, neemt u dan contact op met Melanie Steentjes, via *Melanie.Steentjes@cito.nl* . Grote kans dat er ook van uw school leerlingen doorgaan naar de halve finale in maart!

Over de auteur
Quintijn Puite is sinds november 2005 betrokken bij de organisatie van de Nederlandse Wiskunde Olympiade. Hij was de teamleider tijdens de IMO in Slovenië (2006), Viëtnam (2007), Spanje (2008) en Duitsland (2009). Daarnaast is hij docent bij de Vakgroep Wiskunde van Instituut Archimedes, de lerarenopleiding van Hogeschool Utrecht.
E-mailadres: *g.w.q.puite@tue.nl*

Even W.O.K.-en voor het beste resultaat

DEEL 2 VAN EEN TWEELUIK

[Mariken Barents]

Meedoen aan de eerste ronde van de Wiskunde Olympiade is al leuk. Maar het is nog leuker als er ook een leerling door gaat naar de volgende ronde. Vorig jaar had de sectie wiskunde van het Gemeentelijk Gymnasium Hilversum zich als doel gesteld om in de komende drie jaar minstens één leerling door naar de finale te krijgen. Prompt gingen er meteen het eerste jaar al vijf leerlingen door. Wat was hun geheim?

Wiskunde Olympiade Top Talent Team

Na twee jaar teleurgesteld te zijn dat de verwachte wiskundekanjers de cesuur voor doorgaan naar de finale bij lange na niet haalden, hebben we in Hilversum begin vorig schooljaar de boel radicaal omgegooid en een nieuw idee in praktijk gebracht. Als wiskundesectie hebben we 17 leerlingen uit klas 4 en 5 uitgenodigd om teamlid te worden van het WOTTT (Wiskunde Olympiade Top Talent Team) en op twee na is iedereen hier op ingegaan. Deelname hield in dat ze zes bijeenkomsten van een lesuur (50 minuten, een zevende of achtste uur) bijwoonden waar verschillende olympiadeonderwerpen aan bod kwamen. De onderwerpen die wij gekozen hebben waren *Letters invoeren*, *Cijfers en getallen*, *Driehoeken* (verdeeld over twee bijeenkomsten), *Cirkels en regelmatige veelhoeken* en *Tellen en aantallen*. We hebben hierbij gebruik gemaakt van het boekje *De Nederlandse Wiskunde Olympiade: 100 opgaven, hints en oplossingen*. Zelf kon ik vanwege zwangerschapverlof niet bijdragen aan de uitvoering, maar mijn drie bovenbouwcollega's hebben het vol overgave opgepakt en ieder heeft twee bijeenkomsten voor zijn/haar rekening genomen. De bijeenkomsten waren over vier maanden verdeeld met iedere keer zo'n twee à drie weken ertussen. Op deze manier belastte het de leerlingen niet qua ander schoolwerk en waren ze juist over een langere periode ermee bezig. Met de verplichte Koek en Zopie, iedere keer door een ander duo meegenomen, werd dit een gezellig uurtje naschoolse activiteit.

Door naar de finale!

Al deze 15 leerlingen hebben deelgenomen aan de eerste ronde van de Wiskunde Olympiade eind januari 2009. Op de dag van de wedstrijd was het dus best wel spannend en nog spannender werd het toen de uitslag kwam. We hadden ons als doel gesteld dat we binnen drie jaar een leerling door zouden zien gaan naar de finaleronde. Maar toen de cesuren bekend werden, bleek dat er maar liefst vijf (!) leerlingen doorgingen naar de finale: een uit klas 3 (eerlijkheidshalve geen WOTTT-lid), twee uit klas 4 en twee uit klas 5.
Op 17 september, de dag vóór de wedstrijd in Eindhoven, zijn de leerlingen met z'n vijven uitgenodigd op de kamer van de conrector onderwijs en kregen ze iets ludieks mee om ze succes te wensen. Hoewel ze in drie verschillende klassen zaten (inmiddels in klas 4, 5 en 6), is het gelukt ze als team van vijf naar Eindhoven te laten vertrekken.

Derdeklassers

Onze ambitie reikt natuurlijk verder! We denken serieus aan leerlingen die misschien wel het team voor de Internationale Wiskunde Olympiade gaan halen. Door leerlingen in klas 3 meer met olympiade-opgaven te laten spelen, kunnen we ze eerder wat oplosvaardigheden bij brengen. Daarom hebben we nu ook de WOK (Wiskunde Olympiade Kennismaking) geïntroduceerd voor klas 3 (en een enkeling uit klas 2), waarin we op een ander niveau met de opgaven aan de slag gaan. In vier bijeenkomsten laten we ze allerlei A-opgaven maken van de laatste 10 jaar,



zodat ze kunnen wennen aan de opgaven. Daarnaast zit er bij de opgaven die ze mee krijgen naar huis al een enkele B-opgave, waarvoor ze niet perse wiskundige kennis nodig hebben.
We zijn alle 3e klassen langs gegaan, hebben een ambitieus en enthousiast verhaal verteld over de Wiskunde Olympiade (met de wens om ook een leerling van onze school naar de Internationale te krijgen), en aangegeven dat klas 3 'vrijblijvend' kennis mag maken met de Wiskunde Olympiade. Van de ca. 160 leerlingen hebben zich 35 leerlingen aangemeld. Maar liefst 20% van de derdeklassers loopt hier dus wel warm voor! Daarnaast hebben we nog drie opvallende tweedeklassers uitgenodigd.
Begin oktober was de eerste bijeenkomst en de sfeer zat er meteen goed in. Omdat de hoeveelheid leerlingen zich niet echt leent voor een klassikale aanpak, hebben we er een leuke werkvorm in groepjes omheen bedacht met stempelkaarten en opgavenkaartjes. Verder was er weer wat snoepgoed en aan het eind zelfs een paar prijsjes. Iedereen die heeft meegedaan krijgt een prijs, waarbij de beste het eerste mag kiezen. Dat werkt altijd erg leuk! De bijeenkomsten zijn op vrijdagmiddag het zevende uur, dus we gaan op deze manier gezellig het weekend in.

WOTTT's next
Verder hebben we dit schooljaar 22 nieuwe leerlingen uit klas 4 en 5 uitgenodigd voor WOTTT's next (vorig jaar was het WOTTT's *new*, en nu dus *next*) en die van vorig jaar mogen hierbij aansluiten. Het worden weer zes bijeenkomsten waarin ze serieus worden voorbereid op de eerste ronde.
We kijken uit naar de eerste ronde op 29 januari en we zijn natuurlijk erg benieuwd hoeveel van onze WOK'ers en WOTTT'ers de nieuwe halve finale zullen gaan halen.
Inmiddels is ook de uitslag van de finale afgelopen september in Eindhoven bekend en blijken twee van de vijf finalegangers uitgenodigd te zijn voor de trainingsgroep voor de Internationale Wiskunde Olympiade. U snapt dat wij op school apetrots zijn en dat we alweer met plannen rondlopen voor volgend jaar. Uiteraard zullen we weer de derdeklassen rondgaan en onze oren en ogen open houden voor geïnteresseerde tweede- of zelfs eersteklassers. En verder gaan er begin oktober ongetwijfeld minstens 30 uitnodigingen de deur uit voor ons derde WOTTT. Leve het Wiskunde Olympiade Top Talent Team! Ook een idee voor bij u op school?

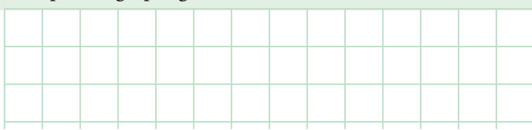
Over de auteur
Mariken Barents is docent wiskunde op het Gemeentelijk Gymnasium Hilversum. Naast het lesgeven houdt zij zich op school bezig met onderwijskundige ontwikkelingen, zoals het integreren van SPA (Systematische ProbleemAanpak) in de wiskundeles (sectiebreed, leerjaarbreed, schoolbreed). Het uiteindelijke doel is om SPA te integreren in alle bètavakken. Ook organiseert zij de eindexamentraining voor de laatste 7 schooldagen voor het Centraal Examen.
E-mailadres: *barents@gymnasiumhilversum.nl*

Uitreiking van de Scholenprijs van Nederlandse Wiskunde Olympiade

Uitreiking
Op 12 mei 2009 werd op het Stedelijk Gymnasium Nijmegen de scholenprijs van de eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade uitgereikt. De prijs wordt toegekend aan de school met de hoogste somscore van de vijf beste leerlingen.
Het Stedelijk Gymnasium had met 146 van de 180 te behalen punten een ruime voorsprong op de overige scholen. Hiermee is de prijs voor de derde maal in vier jaar door het Nijmeegse gymnasium binnen gehaald. Leerlingen van het stedelijk gym schrijven geschiedenis met hun prestatie: voor de eerste maal in het bestaan van de NWO is de prijs voor de derde keer aan eenzelfde school uitgereikt. Bovendien wisten zeven deelnemers, waaronder twee derdeklassers, door te dringen tot de tweede ronde.
Volgens de betrokken docenten van het Stedelijk Gymnasium, wederom zeer aangenaam verrast door dit aansprekend en unieke resultaat, valt alle eer de leerlingen toe: 'Er is niet speciaal voor getraind, al moet gezegd worden dat wij op school vanaf klas 1 juist ook de betere leerling ruimte bieden middels onze methodekeus (de Wageningse Methode) en uitdagende opdrachten; daarnaast bieden wij bij vele wedstrijden (Kangoeroe, RU-wiskundewedstrijd, B-lympiade, Olympiade) de gelegenheid deel te nemen.'
Het Stedelijk Gymnasium, met ongeveer 1300 leerlingen een van 's lands grootste, heeft veel leerlingen met een N-profiel.
In dit profiel worden alle keuzevakken, wiskunde D, informatica en NLT, aangeboden.

De traditionele Grote Wiskunde Quiz
Alle Olympiade-deelnemers en de wiskunde D leerlingen waren present om met de prijswinnaars, docenten, genodigden en de bestuursleden van de stichting NWO in een ongedwongen doch serieuze bijeenkomst van de prijsuitreiking te genieten. Na enthousiaste woorden van de conrectrix bovenbouw, mevrouw Ewals, wist de voorzitter van de stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade, prof. dr. Frits Beukers, het publiek en de kandidaten te boeien met de traditionele Grote Wiskunde Quiz, in een nieuwer en interactiever jasje dan voorheen (***zie foto 1***). Vijf teams met elk vier of vijf leerlingen namen het tegen elkaar op door het beantwoorden van meerkeuzevragen. Enthousiast kweten de quizdeelnemers zich van hun taak. Uiteindelijk eindigden twee teams op de eerste plaats. Naast een vijfdeklassers team won aanstormend talent uit klas 3 een prijs.

Wisseltrofee
Na dit inspannend half uur zette Frits Beukers de winnaars Roel Lambers, Maria van Rooijen, Kees van Rooijen, Madelon de Kemp, Charlotte van Versseveld en Balder Stalmeier in het zonnetje met mooie woorden, een oorkonde en elk een privébeker (***zie foto 2***).
Aansluitend werd de wisselbeker aan Freek van Megen, sectievoorzitter, overhandigd (***zie foto 3***).
Deze sprak vorig jaar de – toen ongetwijfeld ijdele – hoop uit dat mocht de school ook in 2009 op deze prestigieuze prijs beslag weten te leggen, de bijbehorende trofee, een prachtig opengewerkte houten



de
kunde

[Freek van Megen]

afgezaagde kubus, in schools bezit moge komen. Nu weet hij beter, de prijs is een heuse wisseltrofee, die graag in Nijmegen bewaard wordt.
Het officiële deel werd besloten door wiskundedocent Frank Heierman, jarenlang trainer van leerlingen van het Herman Wesselinkcollege in Amstelveen, die zijn waardering voor de prestaties van de leerlingen vorm gaf met mooie woorden en voor elk een persoonlijke open opgave als cadeau. In informele sfeer werd met borrel en noot door de winnaars, docenten en het bestuur van de stichting een feestelijke middag besloten.
De deuren staan volgend jaar in Nijmegen weer open.



foto 1 De Grote Wiskunde Quiz



foto 2 De winnaars!



foto 3 Frits Beukers (links) reikte de wisseltrofee uit aan Freek van Megen

Over de auteur
Freek van Megen is sectievoorzitter wiskunde van het Stedelijk Gymnasium Nijmegen. Hij geeft daar sinds 1997 les.
E-mailadres:
F.van.Megen@stedelijkgymnijmegen.nl

Voortgang van het project Reken VOort

[Gert de Kleuver]

In *Euclides* nummer 84-8 heb ik u geïnformeerd over de twee rekenprojecten van onze vereniging. Op de website van de vereniging *(www.nvvw.nl)* kunt u links op de homepage de link naar Reken VOort aanklikken (eventueel via Werkgroepen). Misschien hebt u er al gekeken. Op deze website wordt de komende tijd genoeg informatie voor u allen gezet. Er is namelijk al heel veel gebeurd. Graag wil ik u hierover informeren.

Stand van zaken bij het vmbo-team

De auteurs zijn vanaf februari 2009 vol energie aan de slag gegaan. Dit resulteerde in het feit dat in juni 2009 al een module 'Water' was ontwikkeld. Deze module is op de vijf pilotscholen nog voor de zomervakantie uitgeprobeerd. Op 9 juni was er een bijenkomst van docenten van de pilotscholen en de leiding van het auteursteam. Er werden heel zinnige opmerkingen gemaakt: men vond het materiaal soms te talig en verder was men tevreden met de hoeveelheid oefenmateriaal. Ja, dat oefenmateriaal is een mooie vondst. Als je een moduleboekje ter hand neemt, kun je het omdraaien en dan heb je de oefenmodule te pakken. Daarnaast is er voor de docent ook extra materiaal op de website te zien en te gebruiken. Dit materiaal bestaat uit filmpjes, extra oefenmateriaal, rekenwedstrijden in de vorm van o.a. minigames of rekenproblemen. Achter elke knop zit een onderdeel. Op deze wijze is elke module opgebouwd. In de komende tijd moeten de andere modules uitgeprobeerd worden. Ze zijn nu (november 2009) bijna allemaal geschreven. De planning is dat in januari 2010 deze schrijfklus klaar is. Dan moeten de correcties en opmerkingen die door de gebruikers gemaakt worden, nog doorgevoerd worden. Tijdens de jaarvergadering hebt u het materiaal kunnen inzien en ervaringen kunnen delen; ook tijdens de komende 'Reehorstconferentie' (8e wiskundeconferentie, op 27 januari 2010) bieden we u deze gelegenheid.

Belangrijk is dat de pilotscholen bezocht worden door Wim Kuipers. Hij bevraagt leerlingen en lesgevende collega's om zo goed te bepalen wat er allemaal gebeurt tijdens de lessen. Heel belangrijk is om te meten of het niveau goed is voor deze leerlingen. Misschien is het materiaal wel te talig of spreken de voorbeelden de kinderen wel niet voldoende aan.

Naast de eigen aangezochte vijf pilotscholen is ook een groep van vier vmbo-scholen in de omgeving van Ede benaderd om de module 'Water' te testen. Er is een project dat de uitval op het mbo moet tegengaan. Daarvoor moet onder andere het rekenen op het vmbo worden onderhouden in klas 3 en 4 voor de leerlingen die geen wiskunde in het pakket hebben. Deze leerlingen van deze vier scholen maken na de herfstvakantie een toets, de zogenaamde ABC-toets, die ontwikkeld is door Mieke Groenestijn; deze toets was op de vier scholen aanwezig. Na 8 à 10 lessen als de module klaar is, wordt de toets opnieuw afgenomen. We zijn heel benieuwd of er meetbaar een verbetering van het rekenen bij deze kinderen is.

Stand van zaken bij het havo-team

Ook hier was het schrijfteam al voor de zomervakantie aan de gang. De eindredactie van drie van de vier modules was in november grotendeels klaar. Dat moest ook wel, want een van de pilotscholen gaf twee uur rekenen in havo-4 aan leerlingen die geen wiskunde in hun pakket hadden gekozen. De meeste pilotscholen hebben gekozen voor een uur rekenen in de week en dat een cursusjaar lang. Er worden in totaal 4 modules van elk 10 klokuren

8. Een zesde deel van de wereldbevolking heeft geen toegang tot zuiver drinkwater.
Bereken hoeveel mensen dit zijn.

....
...

....
...

UITLEG

Hoeveel is een zesde?
Gebruik een strook. De hele strook stelt 6,6 miljard mensen voor.
Het gekleurde deel van de hele strook is een zesde deel.



Een zesde deel kun je anders schrijven. Kruis het goede antwoord aan.
o $\frac{1}{5}$
o 0,6
o 16 %
o 16,7%

Hoe bereken je een zesde deel van iets?
o keer 6
o delen door 6
o gedeeld door 100 keer 6
o gedeeld door 6 keer 100

figuur 1 Uit: Water, basismodule vmbo



ontwikkeld. Dat moet genoeg zijn voor een cursusjaar. De indeling is dezelfde als bij het vmbo. Dus als u op de site kijkt, vindt u eenzelfde layout.
Ook vindt u daar veel oefenopgaven met afwisselend een korte en duidelijke uitleg. De docent wordt zeker niet buitenspel gezet en zal zijn/haar didactisch handelen nodig hebben om de leerlingen op een goed niveau te kunnen krijgen.
Ook hier worden de pilotscholen bezocht, door Swier Garst en Michiel Doorman. Tijdens een van de bezoeken aan het Christelijk Lyceum in Delft kwam duidelijk de weerstand van deze leerlingen naar voren. Ik citeer uit een verslag gemaakt door Michiel:
Hun commentaar komt erop neer dat ze het vak niet nutteloos vinden, ze realiseren zich dat ze veel rekenkennis kwijt zijn, maar ze zijn C&M-leerlingen en bijna niemand gaat naar de pabo. Het had een keuzevak moeten zijn. Bovendien is het een probleem van de basisscholen: 'Die hebben gefaald! Mijn vader kent alle tafels nog.' Als dat opgelost is, dan hoeven zij ook niet meer hiermee worden opgezadeld.
Maar ook is er een leerling die bij het kolomsgewijs rekenen opmerkt: 'Die hapmethode vind ik fijn, want dan kan ik gewoon rekenen.'

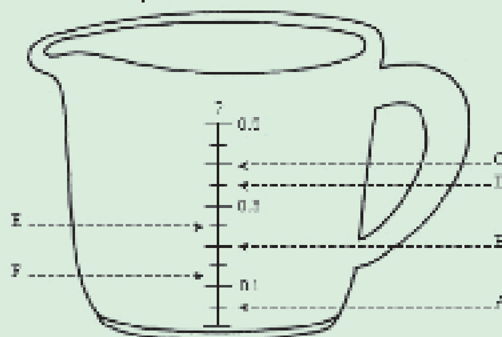
Ook dit materiaal is tijdens de studiedag in november getoond. Ik heb enkele opgaven als illustratie bijgevoegd; ***zie de figuren 1, 2 en 3***, en zie verder ook *www.fi.uu.nl/experimenteel/rekenvoort*.

Reken VOort houdt u op de hoogte, en als u het materiaal wilt gebruiken, dan horen we dat graag.
Tijdens de studiedag is aan iedere belangstellende een informatiefolder uitgedeeld. Wilt u meer weten, neem gerust contact met mij op.

Over de auteur

Gert de Kleuver is projectleider Reken VOort en afdelingsleider aan het Ichthus College in Veenendaal.
E-mailadres: g.de.kleuver@gmail.com

32. In de maatbeker hieronder past een halve liter



Zet de goede waarden bij de letters. Schrijf ook in deciliters, centiliters en milliliters.

A. .... l = ... dl = ... cl = ... ml
B. .... l = ... dl = ... cl = ... ml
D. .... l = ... dl = ... cl = ... ml
E. .... l = ... dl = ... cl = ... ml
F. .... l = ... dl = ... cl = ... ml

figuur 2 Uit: Water, oefenmodule vmbo

17. Van breuken naar procenten

Vul in:

a. [illegible] = ... % b. [illegible] = ... % c. [illegible] = ... % d. [illegible] = ... % e. [illegible] = ... %

f. [illegible] = ... % g. [illegible] = ... % h. [illegible] = ... % i. [illegible] = ... % j. [illegible] = ... %

k. 1 = ... % l. 10 = ... % m. 17 = ... % n. 800 = ... % o. 1000 = ... %

13. Van procenten naar breuken

Vul in:

a. 4% = ... b. [illegible] = ... c. 5% = ... d. 12 [illegible] % = ... e. 87 [illegible] % = ...

f. 15% = ... g. 7,5% = ... h. 20% = ... i. 33 [illegible] % = ... j. 83 [illegible] % = ...

k. 125% = ... l. 150% = ... m. 100% = ... n. 225% = ... o. 1000% = ...

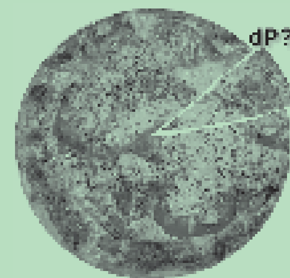
14. Van deel naar geheel

Vul het bijbehorende hele bedrag in:

a. 500 is 20% van ... b. 18 is 2,5% van ... c. [illegible] is [illegible] % van ... d. [illegible] is 1,5% van ...

figuur 3 Uit: Breuken, verhoudingen en procenten, havo

Differentialen en Diepvriespizza's



[Dorien Lugt]

Heeft u enig idee van het wiskundestudentenleven van tegenwoordig? Is wiskunde studeren nog was het was? Dorien Lugt is sinds augustus 2009 wiskundestudent aan de TU Delft en schrijft voor *Euclides* over haar belevenissen en observaties vanuit collegezaal en studentenhuis.

Ze leken heel normale studenten

Vooraan maakt een jongen fanatiek aantekeningen, hij neemt letterlijk alles van het bord over. Als de docent iets verandert, krast hij driftig in zijn schrift. Een rij daarachter speelt iemand Tetris op zijn laptop, soms zet hij het even op pauze om iets op te schrijven of een sms-je te lezen. De docent gaat rustig verder: *'Met de oplossingen van de karakteristieke vergelijking kan dus de algemene oplossing van een homogene lineaire recurrente betrekking worden bepaald.*'
Ik geef het meisje naast me een por en wijs naar de brei van tekens en getallen die over vier borden verspreid staat. Slaperig en licht geïrriteerd tilt ze haar hoofd van haar arm. 'Moet daar onderaan geen min staan?' Kort staart ze naar voren, dan ineens proest ze het uit. 'Jezus Dorien, moet je ons nou zien. Wat een freaks zijn wij, dat we dit snappen!'
Als mijn vrienden mij zouden zien zitten, zouden ze me inderdaad een onwijze nerd noemen. Maar stiekem, vind ik dat alleen maar leuk.
Op de middelbare school draait alles om maar één ding: je imago. Er zijn meerdere manieren om een goed imago te krijgen; heel hard roepen dat school kut is, heel hard roepen dat docenten kut zijn en heel hard roepen dat al het andere ook kut is. Vooral heel hard roepen, en iets met kut. 100% slagingsgarantie.
Iets wat je zeker niet zal helpen op je weg naar de top, is toegeven dat je wiskunde leuk vindt. In de veronderstelling dat de wereld altijd zo zou blijven, had ik die studie nog nooit overwogen. Bovendien had ik nooit iemand gesproken die het studeerde, dus wat voor types dat waren, kon ik alleen maar raden. Tot er wiskunde-studenten bij ons in de klas kwamen. Ze leken heel normale studenten.
Nu, een paar maanden later, weet ik wel beter. Het zijn geen normale studenten. In de pauzes buigen ze zich massaal over de vraag hoe groot de kans is dat er geen set op tafel ligt bij het kaartspel 'set'.
En de grappen gaan voortdurend over wiskunde en computers. Maar ik blijk zelf net zo te zijn. Terwijl ik altijd dacht dat ik de enige was die soms iets moois ziet in een telefoonnummer, tijdschriften het liefst gesorteerd op grootte opstapelt en patronen probeert te ontdekken in een bord boerenkoolstamppot.
Maar naast het feit dat je hier kunt uitkomen voor je vreemde trekjes, wordt er hier ook nooit over kleding gepraat. Godzijdank. Geen verplichte complimentjes als iemand iets nieuws aanheeft, nooit je mening hoeven geven over welke kleur riem er bij past en niet hoeven aanhoren dat er in Stockholm zo'n grote H&M is. Ik vind kleding uitzoeken leuk, maar er de hele dag over praten, liever niet.
Ik denk dat ik ben getransformeerd naar een menssoort die ik vorig jaar nog doodeng vond. Ik ben officieel nerd geworden, en ik ben er trots op. Het is precies zoals Wikipedia zegt; door buiten-staanders wordt nerd-zijn als negatief beschouwd, nerds zelf vinden die benaming juist complimenteus.
Het college is afgelopen. Thuis nog even wat anders aantrekken en vanavond stappen. Want nerd-zijn is voor mij een parttime functie.

Aankondiging / Nederlands Mathematisch Congres 2010

Het 46ste Nederlands Mathematisch Congres (NMC 2010) vindt plaats in Utrecht op donderdag 22 en vrijdag 23 april 2010.
Dit jaarlijkse congres is de ontmoetingsplek bij uitstek van wiskundig Nederland. Naast hoofdvoordrachten zijn er minisymposia over verschillende onderwerpen uit de zuivere en toegepaste wiskunde. Zo zullen er minisymposia worden georganiseerd rond Stochastiek, Meetkunde, Analyse en Getaltheorie, maar ook rond de impact van nieuwe ICT-mogelijkheden op wiskundebeoefening, Geschiedenis van de wiskunde en Biowiskunde.
Het congres geldt als officiële bijscholing voor leraren van het voortgezet onderwijs.

Organisatie: Koninklijk Wiskundig Genootschap – *www.wiskgenoot.nl*

Onderwijsprijs voor wiskundedocent

INTERVIEW MET ARY GREEVENBOSCH

[Joke Verbeek]

Wiskundedocent Ary Greevenbosch van het Zandvlietcollege te Den Haag ontving dit voorjaar de vo-onderwijsprijs van het schoolbestuur Lucas Onderwijs, de Guus van Elsenprijs. Deze prijs, die voor de zevende keer werd uitgereikt, is bedoeld voor iedereen die zich bijzonder verdienstelijk heeft gemaakt voor het onderwijs op een van de scholen die onder dit bestuur vallen. Elk jaar wordt gekeken wie van de 3400 personeelsleden of de 31000 leerlingen in aanmerking komen voor de prijs. Dit jaar dus een wiskundedocent. Reden genoeg om een afspraak te maken met de drieënzestigjarige Greevenbosch om te ontdekken wat hem zo bijzonder maakt en om te kijken of hij tips heeft voor zijn collega's in het veld.

Andere planeet

'Weet u wat ik nu het leukste vind bij het winnen van deze prijs?' Ary Greevenbosch kijkt verwachtingsvol en buigt zich wat voorover. Ondanks het feit dat de prijsuitreiking al enige maanden achter hem ligt, geniet hij duidelijk nog na van het evenement. 'Dat ik ben voorgedragen door leerlingen! Dat gebeurt niet zo vaak en daar ben ik dan ook heel trots op. Het is echt een kroon op mijn werk.'
De juryleden, die uit een aantal voorgedragen kandidaten kunnen kiezen, hebben zich duidelijk verbaasd over het feit dat juist een wiskundedocent werd voorgedragen. In hun ogen zijn wiskundeleraren meestal 'bewoners van een andere planeet zonder contact met de aarde.' Niet echter Ary Greevenbosch. Hij wordt door zijn leerlingen op handen gedragen en gezien als een geweldig en fijn mens. Zij beschouwen zijn inzet om moeilijke problemen begrijpbaar te maken als meer dan gewoon. 'Een leraar die kan uitleggen', meldden zij aan de jury in hun enthousiaste voordracht. Uit zijn – bijna 24-uurs – bereikbaarheid blijkt zijn gedrevenheid, zelfs nu nog na 39 jaar onderwijs. En dat het helpt blijkt niet alleen uit het winnen van een onderwijsprijs, maar ook uit het 100% slagingspercentage bij de vwo-eindexamens dit jaar.

Voor Greevenbosch was afgelopen schooljaar tevens zijn laatste jaar voor de klas. Een betere afsluiting had hij zich niet kunnen wensen. Op de vraag wat hij het meeste zal missen, zegt hij na enig nadenken: 'Het klinkt denk ik vreemd, maar ik zal, naast het contact met leerlingen en collega's, het maken van sommetjes en uitwerkingen missen. Echt bezig zijn met wiskunde, zoals buitenlandse wiskundeboeken lezen en voorbeelden daaruit uitwerken voor in mijn lessen, daar heb ik altijd erg van genoten. Russische boeken zijn de beste, daar heb ik wel integraalsommen uitgehaald als extra oefenmateriaal. Nee, Russisch hoef je daar niet voor te kennen, de wiskundetaal is internationaal.'
Trouw bezoeker als hij was van de studiedag van de vereniging in november weet hij niet hoe lang hij dat nog zal volhouden. 'Aanstaande november ga ik zeker nog. Het is altijd leuk met werkgroepen en oud-collega's. Maar of ik daar als niet-leraar nog veel aan heb denk ik niet.'

Muzikaal

Wie nu denkt dat Greevenbosch een wiskundefreak is die zich nergens anders mee bezighoudt, heeft het mis. Dat was ook tijdens zijn lessen al niet het geval. Hij bracht de wiskunde met – soms wat cynische – humor en toonde altijd belangstelling voor het wel en wee van zijn leerlingen. Hij vertelde graag over zijn kleinkind en praatte soms na over het stuk uit de Bijbel dat als dagopening door hem werd voorgelezen. Hoewel hij altijd met veel plezier heeft gewerkt, ziet hij niet op tegen zijn pensionering. 'Ik heb er echt naar uitgezien na mijn werkzame leven eindelijk te gaan doen wat ik 39 jaar heb laten liggen,' zegt hij daar zelf over. 'Toen ik afgelopen week na het invullen van mijn belastingpapieren mijn rekenmachine opborg, realiseerde ik me opeens dat ik hem waarschijnlijk pas volgend voorjaar – bij de volgende belastingaangifte – weer nodig zal hebben. Een gek gevoel, dat wel. Maar het is mooi geweest zo. Ik begin met het opruimen van mijn wiskundespullen thuis. Twee kamers vol heb ik, want ik heb nooit wat weggegooid. Alle proefwerken bijvoorbeeld heb ik nog, met normering en uitwerkingen. Niemand heeft er wat aan, daarvoor is het wiskundeprogramma te vaak veranderd, dus het gaat allemaal weg. En als de kamers zijn opgeruimd, heb ik wel wat hobby's die aan de beurt komen. Vioolspelen heb ik jarenlang weinig tot niet gedaan, dus dat ga ik weer oppakken, evenals het bezoeken van concerten. En dan heb ik nog alle Philips elektronicadozen onuitgepakt staan. Die ga ik in elkaar zetten. En alle geluids- en filmfragmenten



foto 1 Ary, met leerlingen en prijs

van mijn kinderen digitaliseren, dat is ook een voornemen.'
Greevenbosch heeft zijn liefde voor wiskunde doorgegeven aan zijn zoon, die een *master of science* heeft in wiskunde. Zijn liefde voor muziek ziet hij terug bij alle drie zijn kinderen. Zijn leraarschap, dat hij deels vervulde op het Zandvlietcollege in Den Haag en deels op het Albeda College in Rotterdam, heeft hij altijd gecombineerd met de (mede)zorg voor zijn kinderen. 'Want mijn vrouw had ook een baan buitenshuis.' Hij vindt en vond dat vanzelfsprekend, maar dat was het lang niet altijd voor zijn generatiegenoten.

Leraarschap, vakmanschap
Greevenbosch heeft in zijn carrière als leraar altijd naar gestreefd allrounder te zijn: hbs, havo, gymnasium, wiskunde één, wiskunde twee, wiskunde A en wiskunde B, alle leerjaren. Hij heeft steeds genoten van de veranderingen en vernieuwingen die de opvolgende examenprogramma's met zich meebrachten. 'In Rotterdam werd al jaren voor de invoering van de tweede fase gestart met het studiehuis. Daardoor ervoer ik de introductie van de tweede fase als een logische stap vooruit.'
Alle nieuwe dingen waren aan hem wel besteed. Al in '69 volgde hij cursussen voor allerlei pc's en besturingsprogramma's 'waarvan nu niemand de naam meer weet'. Ook daarvan heeft hij nog veel bewaard ('ik ben een hamster'), maar nu moet het weg. Door zijn kennis en enthousiasme was hij altijd een voortrekker in het werken met computers en later de grafische rekenmachine. In zijn leslokaal stonden meestal 5 tot 6 computers voor de leerlingen, afdankertjes die hij 'organiseerde' en zelf onderhield. Mooi om Cabri op te laten zien of Voronoi, op een groot tv-scherm als demonstratie.
'Wiskunde moet wel met pen en papier', is zijn mening, dus de leerlingen werken uit een boek. 'Apparatuur kun je gebruiken als het nodig is. Aan Derive kun je veel plezier beleven; dat programma kan echt veel meer dan andere programma's en ook het gebruik van de grafische rekenmachine kan heel zinvol zijn.'
'Ik ben in het lesgeven wel veranderd', vertelt hij nadenkend. 'Vroeger deed ik alles op het bord, maar steeds meer zorgde ik voor uitwerkingen in het lokaal, vaak in tienvoud, zodat de leerlingen zelfstandig kunnen werken. Pianomuziekje op de achtergrond, en ik als coach. Dat werkt voortreffelijk.'

Tips
Greevenbosch heeft als ervaren leraar en winnaar van een onderwijsprijs een aantal adviezen waar eenieder zijn voordeel mee kan doen.
De belangrijkste gaat over het beheersen van de lesstof 'Doe meer dan alleen de sommetjes uit het boek, probeer ook achtergronden te doorgronden. En dan niet alleen zelf, maar samen met je leerlingen, vooral die van het vwo.'
Ook: 'Maak elk jaar alle eindexamens, altijd, ook als je alleen in de onderbouw lesgeeft. Je moet weten waar je de leerlingen heen moet leiden.'
Natuurlijk moet iedereen allrounder zijn. 'En blijf bij wat techniek betreft. Zorg dat je alle apparaten kunt bedienen en controleer of ze werken. Dat geldt overigens voor alle spullen die je in een les nodig hebt.'
Verder vindt Greevenbosch het belangrijk dat je de leerlingen met respect behandelt. 'Dan doen ze dat met jou ook', weet hij. 'Bijvoorbeeld bij mij staan telefoons altijd aan, dat mag. De leerlingen maken er geen misbruik van. Als je krampachtig gaat doen en het gaat verbieden ben je veel verder van huis.' Ook leerlingen van andere culturen, die hij zowel in Rotterdam als in Den Haag tegenkwam, kunnen erop rekenen dat hij hun gewoontes respecteert.
Zo eenvoudig kan het zijn, onderwijs geven. Je leerlingen respecteren, je vakkennis op peil houden, en voor je het weet sta je 39 jaar voor de klas en krijg je nog een prijs ook. Maar wie bij het onderwijs werkt, weet dat het niet de makkelijkste baan is, een baan die veel energie kan kosten. Dus iemand die dat allemaal zo vanzelfsprekend doet, is echt een kanjer. Een verdiende onderwijsprijs dus, voor een wiskundedocent die niet van een andere planeet komt.

Over de auteur
Joke Verbeek is redacteur van *Euclides* en docent wiskunde op het Arentheem College in Arnhem.
E-mailadres: *jokeverbeek@chello.nl*

Wereldwiskunde Fonds ondersteunt project in Nicaragua

[Juliëtte Feitsma]



foto 1 VIVOS-voorzitter Peter Prins (rechts) en schooldirecteur Guillermo Martinez

In 2008 is door het WwF een wiskundeonderwijsproject in Nicaragua ondersteund. Door het project zijn veel wiskundeboeken verspreid onder leraren van middelbare scholen. Maar ook gingen boeken naar lagere scholen en zelfs naar een gevangenis. De Nederlandse partner in het project was de Vereniging Initiatief voor Ontwikkelingssamenwerking (VIVOS) in Diemen.

Onderwijs in Nicaragua

Nicaragua is het op één na armste land van Latijns-Amerika. Het land telt ca. 5,5 miljoen inwoners. Basisscholen (Primarias) tellen zes jaren, middelbare scholen (Secundarias) tellen maximaal zes jaar. Soms zijn er kleuterklassen (Pre-escolares), die niet verplicht zijn. Er is leerplicht, maar in de praktijk wordt dit vertaald als een leerrecht. Veel kinderen gaan op hun 14de of 15de jaar van school, omdat ze moeten helpen op het land of in de huishouding, of omdat hun ouders de kosten niet meer kunnen dragen. Onderwijs is in principe gratis, maar het schooluniform en de vervoerskosten niet.

Nandaime en het wiskundeonderwijs

In het stadje Nandaime (22.000 inwoners) staan vier basisscholen en een middelbare school 'José Dolores Estrada' gevestigd.
Op het omringende platteland (18.000 inwoners) dat tot de gemeente behoort, staan 66 basisscholen. Het merendeel daarvan telt slechts één of twee leerkrachten.
Naast de centrale middelbare school bestaan er op het platteland enkele gecombineerde scholen voor voortgezet onderwijs. Deze scholen fungeren als centrumscholen voor de omliggende basisscholen.
Het onderwijs in Nicaragua wordt meestal klassikaal gegeven in volle tot overvolle en slecht onderhouden klaslokalen. Het wiskundeonderwijs wordt gegeven door opgeleide en gemotiveerde leerkrachten. Ze komen regelmatig bij elkaar voor werkoverleg en deskundigheidsbevordering. Het plaatselijke kantoor van het Ministerie van Onderwijs heeft een voormalige wiskundeleraar als coördinator aangesteld. Een keer per jaar, in juli, worden in Nicaragua de Olimpiadas Matemáticas gehouden, waarbij ca. 90 leerlingen van middelbare scholen uit alle departementen wedijveren wie de beste wiskundeleerling is. Van de 15 beste leerlingen was er dit jaar één afkomstig van José Dolores Estrada uit Nandaime. De drie beste leerlingen worden afgevaardigd naar de Iber-Amerikaanse Wiskundespelen in Brazilië.

Boeken en spelletjes voor docenten en bibliotheken

Alle wiskundedocenten op de middelbare scholen zijn in het kader van het project voorzien van minimaal één exemplaar van elke methode per leerjaar (van het 7de tot en met het 11de leerjaar). Voor de basisscholen konden alle zesde klassen (het laatste leerjaar) voorzien worden van een exemplaar voorbereidend wiskunde-onderwijs, en alle andere klassen kregen abacussen, nummerspelletjes, wandplaten en geometrische figuren overhandigd. Ook de gemeentelijke bibliotheek en de bibliotheek van het ministerie kregen van alle methodes en materialen één exemplaar uitgereikt.

Wiskunde in de gevangenis

Bijzondere was de uitreiking van wiskunde boeken aan de middelbare school van de 'Systema Penitenciaria' (gevangenis) in het dichtbijgelegen Granada. In deze regionale gevangenis zitten ca. 960 mannen en vrouwen gedetineerd, waarvan de jongste 14 is. In de gevangenis wordt door ca. 300 jongeren onderwijs gevolgd (veelal in het kader van alfabetisering). Er is een



foto 2 De boeken in de gevangenis

groot tekort aan alles en verveling is de grootste dagbesteding. Op de vraag voor welke vakgebieden het meest ontbrak, werd spontaan geroepen: wiskunde! Een tijdje later konden een stapel wiskundemethodes en een grote hoeveelheid schriften in de gevangenis worden afgeleverd.

Ondersteuning

In totaal is voor US Dollar 4000 (2500 euro) uitgegeven.

Vervolg

De ontvangen materialen en boeken zijn door alle ontvangende scholen met grote dankbaarheid in ontvangst genomen. Uit de naderhand gehouden evaluatiegesprekken is gebleken dat er ook grote behoefte aan andere methodes bestaat, zoals biologie en natuurkunde. En in de gevangenis zijn twee leegstaande werkplaatsen voor hout- en metaalbewerking, waar de gedetineerden praktijkgericht zouden kunnen leren en werken. Het VIVOS beraadt of een vervolg aan het project gegeven kan worden.

Info

De contactpersoon voor het WwF was Peter Prins, voorzitter en waarnemend penningmeester van de Vereniging Initiatief Voor Ontwikkelingssamenwerking (VIVOS) in Diemen.
E-mailadres VIVOS: *info@vivos.nl*
Website: *www.vivos.nl*
Contactpersoon WwF: Juliëtte Feitsma
E-mailadres: *juliettefeitsma@kpnplanet.nl*
Website: *www.nvvw.nl/page.php?id=1813*

Vanuit de oude doos

[Ton Lecluse]

Ton Lecluse is docent wiskunde en heeft een doos met oude schoolboeken uit de vorige eeuw, waar hij graag in neust. Hij vindt vaak mooie opgaven (zonder uitwerking gelukkig) die hem uitdagen een oplossing te zoeken die past in het huidige curriculum. In de rubriek 'Vanuit de oude doos' wordt in elke aflevering een juweeltje behandeld. U kunt er uw lessen mee verrijken!

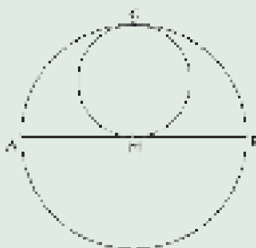
Drie cirkels

Naar aanleiding van een toelatingsexamen wiskunde tot de universiteiten in 1927; de opgave, letterlijk:

In een halve cirkel met straal *R* beschrijft men een cirkel met straal ½*R*, rakende aan middellijn en cirkelomtrek.
Bereken de straal van de cirkel, die inwendig raakt aan de halve cirkel, uitwendig aan de tweede cirkel en aan de middellijn.

U wordt eerst uitgedaagd een tekening te construeren die aan de gegevens voldoet, en het bewijs te leveren.
Dan pas onder de streep spieken! Wellicht helpt het dit model te tekenen met een dynamisch computerprogramma.

Laten we uitgaan van een cirkel met middellijn *AB* en middelpunt *M*. Hoe ligt die tweede cirkel precies? Toch nog even lastig, maar als u even nadenkt, zult u inzien dat die tweede cirkel door *M* gaat, en dat het middelpunt ligt op de loodlijn in *M* op *AB*. ***Zie figuur 1***, waarin de cirkels elkaar raken in *C*.



figuur 1

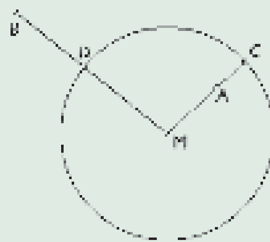
Er is in de figuur aan *beide* kanten van de middellijn *AB* een cirkel te tekenen die de gegeven cirkel en de middellijn daarvan raakt. Vanwege de symmetrie wordt toch over 'de' cirkel gesproken in de opgave.
Hoe nu verder? Niet verder lezen, eerst zelf proberen.

We gaan op zoek naar het middelpunt *N* van de gezochte cirkel. Dit punt heeft dus gelijke afstand tot beide cirkels en tot de lijn *AB*.

Intermezzo

Voordat we verder gaan, worden hier enkele gereedschappen besproken die we zullen gaan inzetten.

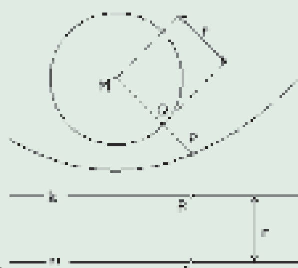
1. De afstand van een punt tot een cirkel
Onder de afstand van een punt tot een cirkel verstaan we de lengte van het kortste verbindingslijnstuk tussen het punt en de cirkelrand.



figuur 2

In figuur 2 is *AC* de kortste verbinding tussen *A* en de cirkel, en *BD* de kortste verbinding tussen *B* en de cirkel. Wanneer zo'n afstandslijnstuk wordt verlengd, gaat het door *M*. (Dit kan worden bewezen met de driehoeksongelijkheid.)

2. De conflictlijn van een lijn en een cirkel

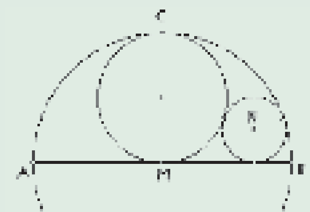


figuur 3

Om de conflictlijn te vinden tussen een cirkel en een lijn *k* wordt een hulplijn *n* getekend, evenwijdig met *k*, met onderlinge afstand gelijk aan de lengte van de cirkelstraal; ***zie figuur 3***. De daarin getekende parabool is de conflictlijn tussen het punt *M* en de lijn *n*: voor elk punt *P* op de parabool geldt *PM* = *d*(*P*, *n*) = *PS*.
Omdat *MQ* = *RS* (= cirkelstraal), geldt dus ook *PQ* = *PR*.
Dus is de parabool ook de conflictlijn tussen de cirkel en de lijn *k*.

Terug naar onze opgave

We beschouwen een werktekening, waarin alvast, om de gedachten te bepalen, de oplossingscirkel is getekend; ***zie figuur 4***.



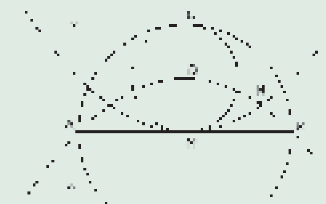
figuur 4

Hoe kan het gereedschap van het intermezzo worden ingezet om de positie van punt *N* te vinden?
Hoe nu verder? Niet verder lezen, eerst zelf proberen.

Het middelpunt *N* van de cirkel die we zoeken, heeft gelijke afstand tot *AB* en tot beide cirkels; dus:

- *d*(*N*, kleine cirkel) = *d*(*N*, *AB*); dus ligt *N* op de conflictlijn van *AB* en deze kleine cirkel: een eerste parabool;
- *d*(*N*, grote cirkel) = *d*(*N*, *AB*); dus ligt *N* op de conflictlijn van *AB* en deze grote cirkel: een tweede parabool.

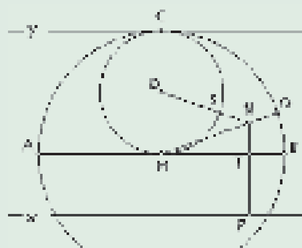
We tekenen deze parabolen erbij; ***zie figuur 5***, waarin het middelpunt *D* van de kleine cirkel is toegevoegd. Ook zijn de lijnen *x* en *y* getekend, op respectievelijk afstand *R* en ½*R* van *AB*.



figuur 5

De dalparabool is de conflictlijn van x en D, dus ook van de kleine cirkel en AB. De bergparabool is de conflictlijn van y en M, dus ook van de grote cirkel en AB.
Eén van de snijpunten van deze parabolen is het middelpunt N van de gezochte cirkel. Nu kan de lengte van de straal van de derde cirkel worden gevonden.
Hoe nu verder? Niet verder lezen, eerst zelf proberen.

Het volgend plaatje (***figuur 6***) leent zich voor de berekening van de straal van de derde cirkel. Verderop zullen we het gezochte middelpunt construeren *zonder* de parabolen te gebruiken.

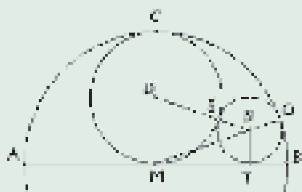


figuur 6

Vanwege de ligging van N op de parabolen weten we $NP = ND = NM$.
Omdat $DS = TP$ (= ½R) is, geldt $NT = NS = NQ$.
Omdat N ook op de middelloodlijn ligt van MD, is $NT = ½MD = ¼R$.
(Alternatief: stel $NT = NS = NQ = x$, dan is $MN = R - x$ en $DN = ½R + x$; gelijk stellen geeft dan $x = ¼R$.)
Dit is dus de straal van de gezochte cirkel.

Omdat $MN = ¾R$ is, ligt N op de cirkel met deze straal om M. Door deze cirkel te snijden met de middelloodlijn van MD kunnen we punt N construeren (zonder dat we de parabolen nodig hebben). ***Figuur 4*** kan hiermee geconstrueerd worden.

Opmerking. Wie begint met de figuur hieronder (***figuur 7***), heeft een probleem.



figuur 7

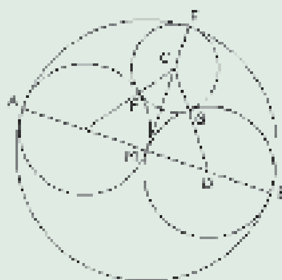
Het is namelijk niet eenvoudig aan te tonen dat $MN = DN$. De schijn bedriegt hier. Vandaar dat de 'omweg' via de parabolen is gemaakt. Deze tekening kan wel een begin van verder onderzoek zijn.
Enkele eigenschappen:

- $MCQT$ is een koordenvierhoek;
- $CQ \perp QT$ en $DT \perp QT$ en $CQ // DT$.

We gaan hierop echter niet verder in.

Een opgave als deze geeft ook aanleiding tot nieuwe ideeën, zoals:
Een middellijn van een cirkel met middelpunt M en straal R snijdt deze cirkel in A en B. Teken ook de twee cirkels met middellijn MA en MB.
Bepaal de straal van een cirkel die de grote cirkel inwendig en de beide kleine cirkels uitwendig raakt.
Niet verder lezen, probeer deze opgave eerst zelf.

In figuur 8 staat een werkschets.



figuur 8

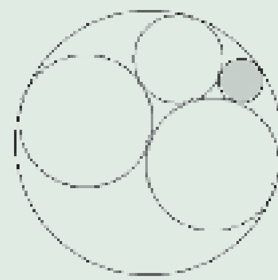
We weten: $ME = R$, $MD = ½R$, $CF = CG = CE = x$.
Lukt het hiermee? Niet verder lezen, eerst zelf proberen.

De stelling van Pythagoras in driehoek MCD geeft:

$$MC^2 + MD^2 = CD^2$$
$$(R - x)^2 + (\tfrac{1}{2}R)^2 = (\tfrac{1}{2}R + x)^2$$
$$R^2 - 2Rx = Rx$$

Waaruit volgt: $x = \frac{1}{3}R$.
Dit is een leuk dwarsverband tussen meetkunde van cirkels, de stelling van Pythagoras en letterrekenen. Deze opgave past dus mooi in de derde klas van havo en van vwo.

Je kunt het overdrijven. Maar laten we toch nog één stapje verder gaan.
Hoe groot is de straal van de kleinste (aan de andere cirkels rakende) cirkel ***in figuur 9*** als de straal van de grootste cirkel gelijk is aan R?


figuur 9

U mag me het antwoord per e-mail toezenden.

Bron

Dr. Th.G.D. Stoelinga, Dr. M.G. van Tol (1958): *Wiskunde-Opgaven van de toelatingsexamens tot de Universiteiten van 1925 tot en met 1958.* Zwolle: N.V. Uitgevers-maatschappij W.E.J. Tjeenk Willink (8e druk).

Over de auteur

Ton Lecluse is docent wiskunde aan het Comenius College te Hilversum.
E-mailadres: *alecluse@casema.nl*

Verhouding en Breuk

REACTIES NA EEN OPROEP

[Hessel Pot]

ENKELE VAN MIJN VERHOUDINGEN EINDIGDEN IN EEN BREUK.

Daaf

Allereerst...

Woorden van dank aan de lezers (een klein dozijn) die in één of andere vorm reageerden op de Oproep in *Euclides* 84-8 (pag. 308). Op een aantal van die reacties volgden lange(re) correspondenties; daarin ben ik vaak opnieuw aan het denken gezet over mijn eigen opvattingen over de kwestie, en ook over de relevantie ervan. Opvallend was, dat er maar heel sporadisch geprobeerd werd een rechtstreeks antwoord op de oproep-vraag te formuleren (Red.: Deze vraag luidde 'Is een verhouding wel of niet hetzelfde als een breuk? Zo ja, waarom komen die termen toch naast elkaar voor in leerdoelen en leerboeken; en zo nee, wat is precies hun betekenisverschil.'). Een interessante observatie leek me: de verhouding 'twee staat tot vijf' heeft meer te maken met de getallen 2/7 en 5/7 dan met de getallen 2/5 of 5/2.
Hieronder staat eerst een verduidelijking van de vraagstelling in de Oproep, met daarna commentaar bij de reactie van Ronald Meester (zie *Euclides* 85-2; pp. 76–77).

'Wat is...' voor 'Wat zou bedoeld kunnen zijn'

De titel boven de Oproep en ook de herhaling van die vraag in de tekst, lijkt door sommigen anders opgevat dan bedoeld was. Ook door Meester, zoals blijkt uit de tussenzin met 'als ik het goed begrijp' aan het begin van zijn artikel. Uit de verdere tekst van de Oproep kon worden opgemaakt dat met *Is een verhouding wel of niet hetzelfde als een breuk?* en met *Wat is precies het betekenisverschil van de termen Verhouding en Breuk?* niet gezocht werd naar de enige echte (precieze, exacte) betekenis van die twee woorden, door een wereldwijd erkende goeroe/instantie ooit vastgesteld, of nog vast te stellen. Zo'n instantie bestaat – bij mijn weten – helemaal niet.
De kortheidshalve in de 'Wat is… ?'-vorm gestelde vragen kunnen toch moeilijk wat anders betekenen dan 'Wat is de doorsnee-betekenis die onderwijsmensen in het Nederlandse taalgebied op het oog hebben wanneer zij in mondelinge of schriftelijke communicatie het woord "verhouding" gebruiken'. En idem bij het woord "breuk". Als die doorsnee moeilijk te bepalen blijkt (bijvoorbeeld doordat niet duidelijk is wat iemand op een bepaalde plaats met dat woord 'verhouding' bedoelde, en/of doordat hetzelfde woord in veel verschillende betekenissen gebruikt wordt) komt zo'n 'Wat is …'-vraag uiteindelijk neer op: 'Welke betekenisinhoud had een auteursgroep (of een opsteller van kerndoelen, of ...) op het oog bij het kiezen voor het woord "verhouding" op een bepaalde plaats?'
Voor wie weinig leerboek- of kerndoelschrijvers ontmoet, zijn dit moeilijk te beantwoorden vragen. De bedoeling van de oproep was daarom in feite nog een iets andere, en wel: 'Welke betekenisinhoud (of: welke verschillende betekenisinhouden!) **zouden** onderwijsmensen hebben kunnen bedoelen op plaatsen waar zij het woord 'verhouding' gebruiken. Probeer dát eens onder woorden te brengen.' Dit lijkt me een relevante vraag, in weerwil van Meester's opvatting; denk aan examens.

De betekenis van begrippen?

Ronald Meester meent dat ik propageer 'dat we *de betekenis van begrippen* exact moeten vastleggen'. Ik kan daar geen ja of nee op zeggen, omdat ik de zinsnede *de betekenis van begrippen* geen plaats kan geven. Ik zie die combinatie als een paradoxale, niet interpreteerbare mix van:
a. de *betekenis* van een zekere expressie (een woord, een symbolenvorm), en
b. de wijze van aanduiden van een zeker *begrip*.
Dezelfde moeilijkheid kom ik tegen waar Meester het heeft over 'vaagheid van begrippen'. Een auteur kan wél een vage *beschrijving* geven van een begrip; dat is een beschrijving die voor veel lezers uit zijn doelgroep niet duidelijk doet worden wélk begrip de auteur probeert aan te duiden. Maar een *vaag begrip* is mijns inziens helemaal géén begrip.

Koppeling

De effectiviteit van wiskundeonderwijs lijkt me gebaat bij een streven naar uniformiteit in de koppeling tussen *begrippen* en *aanduidingen voor begrippen.* Elk 'ding'

een eigen 'naam'; maar daartoe is allereerst vereist dat je duidelijk kunt maken om welke 'dingen' het gaat. Overigens zal die koppeling om allerlei redenen wel altijd verre van één-éénduidig blijven.
Meester schrijft dat het zinloos is om wiskundige begrippen te introduceren, geheel los van de menselijke intuïtie. Prima, daar kan ik vergaand in meegaan. Maar mag het wiskundeonderwijs dan niet helpen om die intuïtieve noties expliciet te beschrijven, en daarna te zeggen welke vakwoorden (en symboolvormen) daarvoor gangbaar zijn? Meester vindt dat dit op school niet aan de orde moet komen.

Objecten? – Concepten?
Waar Meester de woorden object en concept gebruikt, doelt hij daarmee soms op een *uitdrukking*, en soms op een *begrip*. In de meeste gevallen is echter niet duidelijk of hij met die woorden naar een begrip, dan wel naar een zekere uitdrukking voor een begrip wil verwijzen. Dat maakt het de lezer onnodig moeilijk de essentie van het betoog te volgen.

Openblijvende vragen
In zijn reactie schrijft Meester dat ik op het verkeerde spoor zit met mijn vraag aan gebruikers van vakwoorden als verhouding, breuk, getal, naar de door hen daarmee bedoelde betekenis. Goed, dat is ook een opvatting. Maar daarmee geeft hij geen enkele aanwijzing met betrekking tot zijn eigen antwoorden op uit de bestaande praktijk voortkomende vragen als:
- Wat moet goed en wat moet fout gerekend bij het beoordelen van antwoorden van leerlingen/proefpersonen op het in de oproep aangehaalde kubussenprobleem?
- Wat antwoordt een docent in een pabo-klas waar de wettelijk omschreven 'kerndoelen' aan de orde zijn, op de volgende vraag van een leerling: 'Of de docent kan toelichten wat die kerndoelen-auteurs voor betekenisverschil voor ogen hadden toen zij doelen formuleerden waarin de woorden verhouding en breuk naast elkaar voorkomen?'
- Wat antwoordt een docent als een leerling vraagt waar je aan moet of kunt denken als een schoolboek het heeft over de verhouding van twee niet-gelijksoortige grootheden?

Welke antwoorden zouden te geven zijn?
Om passende en bevredigende antwoorden te kunnen geven op deze – en veel van dergelijke – vragen zal het in de eerste plaats nodig zijn structuur aan te brengen in het complex van gebruiksbetekenissen van de woorden verhouding en breuk.
Een stuk daarvan heb ik beschreven in een concept-artikel. Het woord 'verhouding' lijkt in de meeste gevallen gebruikt te worden voor wat je kunt noemen 'een eigenschap van geordende groothedenparen', en wel: de eigenschap die zo'n koppel gemeen heeft met alle ermee evenredige koppels. Dit in (minstens) *tweemaal twee* duidelijk te onderscheiden varianten, waaronder er één is die samen lijkt te vallen met de betekenis van 'positief reëel getal'.
Op verzoek stuur ik u dit concept-artikel per e-mail toe.

Over de auteur
Het e-mailadres van Hessel Pot luidt:
h.n.pot@hetnet.nl

Boekbespreking Wiskundig actief

[Ger Limpens]



Ondertitel: Het ondersteunen van onderzoekend leren in het wiskunde onderwijs
Auteur: Petra Hendrikse
ISBN: 978-90-365-2669-2
Uitgever: Gildeprint Drukkerijen, Enschede (2008)
383 pagina's

Het voorliggende boek is het proefschrift van Petra Hendrikse in het kader van haar promotie aan de Universiteit van Twente. De centrale vraagstelling waar dit proefschrift zich mee bezighoudt, is: 'Hoe kan de didactiek waarbij leerlingen interactief met dynamisch materiaal wiskundige formules onderzoeken, bijdragen aan goed wiskundeonderwijs?' 'Dit, zo schrijft Petra Hendrikse in de inleiding, 'omhelst de volgende vragen: (1) Wat zou de didactiek moeten zijn (en daarmee de inhoud van materiaal moeten zijn), en (2) Hoe moet de implementatie, met behulp van de computersimulaties, eruit zien?'
Het proefschrift opent met een beschrijving van de doelen van het wiskundeonderwijs. Uitgangspunt is daarbij het vwo, ingebed in de Tweede Fase structuur. Daarbij worden in eerste instantie de officiële eindtermen van stal gehaald zoals die in 2006/2007 op examenniveau geldend waren. Dat betreft dus met andere woorden de examenprogramma's van voor de PEP-programmaveranderingen. Op dit moment een gepasseerd station natuurlijk, maar de auteur kan niet anders dan de situatie ten tijde van haar onderzoek beschrijven, dat is evident. Petra Hendrikse meldt dat ze die toen geldende eindtermbeschrijvingen wat betreft de algemene vaardigheden op een wat andere wijze ordent. Het argument daarvoor ontgaat steller dezes eerlijk gezegd: iedere herordening is al snel arbitrair en daarmee wellicht zo goed als iedere andere, zo ben ik geneigd te denken. Het zij zo.
Hierop volgt een hoofdstuk waarbij ze duidelijk probeert te maken welke didactiek gehanteerd moet worden om de eerder beschreven doelen zo optimaal mogelijk te realiseren. Kernbegrip hierbij is 'actief leren'. Om aansluitend in het hoofdstuk daarna een uitputtende beschrijving te geven van de diverse bronnen in het wiskundeonderwijs (voor 4-vwo) en de bijbehorende voorwaarden om die bronnen goed in te kunnen zetten.
Deel 2, dat daarna begint, beschrijft het begin van haar daadwerkelijke onderzoek. Dat onderzoek valt uiteen in twee hoofddelen: drie vooronderzoeken enerzijds en een grootschalig onderzoek anderzijds. Petra Hendrikse is gestart met het ontwikkelen van lesmateriaal voor wiskunde binnen een ICT-omgeving (gebruik makend van SimQuest [1]. In het eerste vooronderzoek stelt ze zich ten doel dit materiaal op bruikbaarheid te testen. In het tweede vooronderzoek ontwikkelt ze het lesmateriaal verder op basis van de eerdere praktijkervaringen. Bij het derde vooronderzoek wordt het materiaal nog verder ontwikkeld, weer geïnspireerd door eerdere ervaringen, maar nu met het doel het materiaal in een reële klassensituatie op bruikbaarheid te testen. Een en ander culmineerde in materiaal dat ingebed in een lessenserie ingezet kon worden in het grootschalig onderzoek waarbij ruim 400 leerlingen, gesplitst in een controlegroep en een experimentele groep, deelnamen. Bij de lessen van de controlegroep wordt geen gebruik gemaakt van het ontwikkelde materiaal. De experimentele groep maakt daarentegen, gebaseerd op hetzelfde materiaal dat de controlegroep hanteert, gebruik van het nieuw ontwikkelde lesmateriaal. Hierbij wordt, uiteraard, veel gebruik gemaakt van computers in, en vaak ook buiten, het schoolgebouw. Vooraf zowel als na afloop van de lesperiode krijgen alle leerlingen een toets voorgelegd: een voortoets respectievelijk een eindtoets. Petra Hendrikse doet tot in detail verslag van de resultaten van het geheel en het zou te ver voeren, in het kader van een recensie als deze, hier uitvoerig uit te citeren. Maar zelf kon ik enige teleurstelling toch niet onderdrukken toen ik moest constateren dat het onderzoek eigenlijk heel weinig aan verrassende of opvallende resultaten heeft opgeleverd. Je zou wellicht hopen dat de experimentele groep (de groep dus die aan de slag ging met het door de promovenda ontwikkelde materiaal) er in slaagde na afloop van het experiment een grotere vaardigheid ten toon te spreiden of meer progressie te tonen dan de controlegroep. Dat blijkt echter niet het geval. Het enige dat geconstateerd lijkt te kunnen worden, is het feit dat de meisjes in de controlegroep beter af lijken te zijn terwijl de jongens meer gebaat lijken te zijn met het experimentele materiaal. Een mogelijke verklaring hiervoor, zo schrijft Hendrikse, kan gevonden worden op het gebied van de onzekerheidstolerantie. Volgens de hierbij horende theorie hebben leerlingen en docenten met een hoge onzekerheidstolerantie meer baat bij een open leeromgeving. Als ik het goed begrijp, betekent dat zoveel als 'indien je goed kunt omgaan met een behoorlijke onzekerheid, dan heb je ook geen problemen met het feit dat een opgave of de theorie waaraan je werkt enigermate ambigu, dus wat onduidelijk/meerduidig is.' Het door Hendrikse ontwikkelde materiaal heeft kennelijk een wat grotere ambiguïteit ten opzichte van het 'klassieke' onderwijsmateriaal en het ziet ernaar uit dat meisjes een voorkeur hebben voor minder risico (en jongens daarentegen een voorkeur voor wat meer risico). Maar Hendrikse is de eerste om aan te geven dat hier meer onderzoek nodig is vooraleer geconstateerd kan worden dat de verklaring in deze hoek gevonden kan worden.

Na lezing moest ik wel concluderen dat het jammer is om te zien hoeveel ruimte er in dit boek enerzijds is ingeruimd voor

de algemene vaardigheden als abstraheren, structureren, evalueren, interpreteren, beredeneren/aantonen/bewijzen en communicatie- en presentatievaardigheden maar er anderzijds nauwelijks aandacht voor deze aspecten is bij de bespreking van de resultaten van de in het onderzoek gebezigde eindtoets. De toets is, wat Hendrikse zelf noemt, eigenlijk alleen een 'kennistoets'. Volgens Hendrikse zijn de zes genoemde kernactiviteiten denkprocessen die niet rechtstreeks te meten zijn. Ik waag dat te betwijfelen.
Een andere kanttekening die ik zou willen plaatsen is dat de in het begin zo puntig geformuleerde vragen '(1) Wat zou de didactiek moeten zijn (en daarmee de inhoud van materiaal moeten zijn), en (2) hoe moet de implementatie, met behulp van de computersimulaties, eruit zien?' aan het eind van het onderzoek niet expliciet beantwoord lijken te worden. Wel vermeldt Hendrikse een viertal belangrijke voorwaarden waaraan moet zijn voldaan voor een realisatie van het ideaal van onderzoekend/ontdekkend leren. Zie daarvoor de volgende opsomming:

1. De opdrachten moeten de leerlingen de ruimte geven tot exploreren.
2. Leerlingen moeten met relatief open opdrachten om kunnen gaan.
3. Leerlingen moeten ondersteund worden om aan de slag te gaan en te blijven.
4. Leerlingen moeten de vaardigheden en kennis bezitten om relevante wiskundige vragen te stellen.

Als lezer/recensent van een boek als het onderhavige, vraag je je af in hoeverre dit nu literatuur is die door docenten gelezen zou dienen te worden. Mijn antwoord is in eerste instantie helder: nee, dat hoeft zeker niet. Dit boek levert geen informatie waar je als docent veel mee kunt. Het levert ook wiskundig gezien geen meerwaarde. Maar in tweede instantie kan het toch, voor docenten die zelf aan de slag willen met ICT-materiaal vergelijkbaar met het door Petra Hendrikse ontwikkelde materiaal, een aardige invalshoek opleveren om te zien hoe je zoiets nu zou kunnen aanpakken.

Noot

[1] 'SimQuest is', zo schrijft Petra Hendrikse, 'een auteursomgeving voor het ontwikkelen van computer simulatie.' Naast de simulaties kent dit programma ook een instructie-omgeving met behulp waarvan leerlingen ondersteund kunnen worden door opdrachten, verklarende teksten en modelprogressie.

Over de recensent

Ger Limpens is toetsdeskundige wiskunde bij Cito.
E-mailadres: *ger.limpens@gmail.com*

het examenprogramma het belangrijkst. Vanuit de maatschappij gezien is het echter minstens zo belangrijk dát er geselecteerd wordt en doet de precieze inhoud er niet zoveel toe. De laatste decennia was de ‘optimale zelfontplooiing’ van de leerling erg belangrijk en daarbij paste geen al te strenge selectie. Dat klimaat is duidelijk aan het veranderen. ‘De politiek’, die dat klimaat weerspiegelt, stelt weer meer eisen en wordt strenger, bijvoorbeeld door het invoeren van een centraal examen rekenen/wiskunde op het mbo.
Begrip en Inzicht zijn mooi, maar nu geldt weer: Kennis is Macht!

Noot (Red.)
[1] Transcriptie: Edel Achtbare Heeren! / Indien het besluit van 23 Mei 1845, omtrent de bevordering van jonge lieden tot de Academische lessen, het mij reeds tot pligt maakt UEAb. naauwkeurig met den Staat der Mathematische Studies aan het ’s Gravenhaagsch Gymnasium bekend te doen zijn, de algemeene zwakheid in het vak reken- stel en meetkunde van de beide hoogste Klassen dringen mij, tegen de tot heden gevolgde gewoonte, UEAb. heden schriftelijk een algemeen overzicht te geven van den staat der vorderingen in de wiskunde van die klassen der eerste afdeling, welke gedurende het afgeloopene jaar bij mij dit onderwijs ontvingen. / Het aan UEAb. wijzer en beter oordeel al of niet, en in het eerste geval, welke maatregelen te nemen, om in dezen min gunstigen stand der zaken, zoo mogelijk, ten aanzien van de vijfde klasse, verbetering te brengen, en voor het vervolg dezen gelijken ongunstigen toestand te voorkomen, ga ik terstond ter zake.

Over de auteur
Harm Jan Smid was lerarenopleider en medewerker wiskunde aan de TU Delft, en promoveerde daar op de geschiedenis van het wiskundeonderwijs in de eerste helft van de negentiende eeuw. Hij is momenteel voorzitter van de Historische Kring Reken- en Wiskundeonderwijs (HKRWO).
E-mailadres: *h.j.smid@ipact.nl*

I. *Wiskunde.*

Wanneer de Commissie den uitslag van het examen in de mathematische vakken vergelijkt met hetgeen in de verslagen van de voorgaande jaren in dit opzigt als slotsom staat aangeteekend, dan strekt het der Commissie tot genoegen te kunnen verklaren, dat zij onmiskenbare blijken van vooruitgang in de rigtige beoefening van de wiskunde heeft bespeurd.

Immers een betrekkelijk groot getal der geëxamineerden toonde heldere begrippen te hebben verkregen van de voornaamste deelen der wiskunde, voor zooverre die als vereischten voor aanstaande studenten moeten worden aangemerkt, terwijl enkelen hunne mathematische studiën met vrucht zelfs veel verder hadden uitgebreid. Zoowel in het geven van bepalingen, als in het betoogen van de uit deze bepalingen voortvloeijende eigenschappen van getallen en uitgebreidheden, gaven zij blijken, dat door deze studie hun verstand ontwikkeld, hun oordeel gescherpt was, en dat zij gevoel voor logische redenering hadden verkregen.

Meestal ook waren de gevolgen van de langs dezen weg verkregen verstands-ontwikkeling zigtbaar in de vorderingen, die de jonge lieden hadden gemaakt in die deelen der taalstudie, welke van het verstand de meeste geoefendheid eischen. Goede vorderingen in de wiskunde hielden in den regel gelijken tred met grondige oefening in de grammatica der Latijnsche en vooral der Grieksche taal.

Slechts eene enkele maal heeft zich het geval voorgedaan, dat een examinandus, wiens vorderingen in de wiskundige vakken goed konden genoemd worden, wegens te weinige bedrevenheid in de Latijnsche en Grieksche talen niet tot de academische lessen heeft kunnen toegelaten worden. En omgekeerd, bij een enkelen slechts is het noodzakelijk geweest, te geringe oefening in de mathematische vakken als de hoofdoorzaak van zijne afwijzing op te geven.

figuur 4 Eveneens geschreven door Van Sillevoldt (1849)



figuur 1 Marco Swaen: Het Salomonsoordeel (uit [3])

uit de schaatswereld langs – Sierksma is een fervent schaatsliefhebber. Interessant was de manier waarop hij correcties uitvoerde op de uitslagen, om vervolgens iets te kunnen zeggen over de beste schaatser aller tijden. Het ging niet over absolute tijden maar juist over tijdsverschillen. Tijdsverschillen in de uitslag van wedstrijd weerspiegelen de krachtsverschillen van een wedstrijd. Op pagina 83 van de syllabus kunt u de andere aannames lezen, het zou te ver voeren het hier allemaal weer te geven.
Als laatste wil ik de aandacht vestigen op prof.dr. J. Hogendijk. Hij nam ons even mee naar de 16e, 17e en 18e eeuw. Ik ben altijd onder de indruk van de kennis van Hogendijk. Hij maakt nooit een echt einde aan zijn lezing, het lijkt wel alsof hij stopt omdat de tijd vol is. Je verwacht eigenlijk dat hij een volgende keer gewoon verder gaat waar hij nu geëindigd is. In vogelvlucht legde hij het begrip lijfrente uit: in vroeger tijden werden leningen op een 'lijf' afgesloten en betaalde men daarvoor rente.

Al met al een geslaagde vakantiecursus. Nu Jan Aarts er na vier jaren mee stopt, is het te hopen dat de nieuwe man of vrouw – samen met de voorbereidingscommissie – voor volgend jaar weer een mooi programma kan samenstellen.

Noten

[1] H. van Ditmarsch, J. van Eijck, R. Verbrugge: *Publieke werken / Freudenthal's som-en-productraadsel.* In: *Nieuw Archief voor Wiskunde* (vijfde serie, deel 10, nummer 2, 2 juni 2009); pp. 126-131.

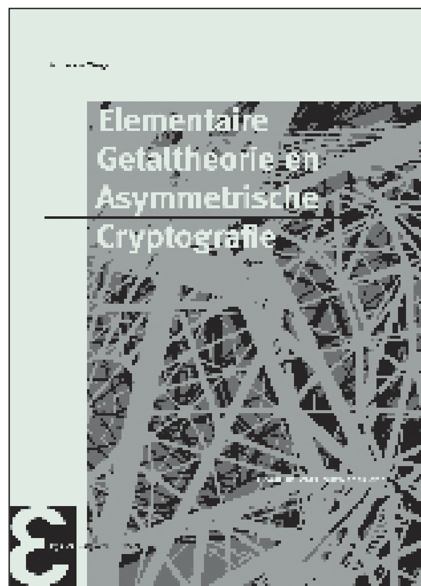
[2] De syllabus van de Vakantiecursus 2009 (115 pagina's, € 15,85) is verkrijgbaar bij het CWI via de site: *http://old-www.cwi.nl/publications/Abstracts_syll/syll59.html*

[3] J. van Eijck, R. Verbrugge (eds.): *Discourses on Social Software.* Amsterdam: Amsterdam University Press (2009)

Over de auteur

Gert de Kleuver is afdelingsleider aan het Ichthus College te Veenendaal.
E-mailadres: *g.de.kleuver@gmail.com*

Verschenen / Elementaire getaltheorie en asymetrische cryptografie



Auteur: Benne de Weger
Uitgever: Epsilon Uitgaven, Utrecht (2009)
ISBN: 978-90-5041-108-0
Prijs: € 21,00 (192 pagina's; paperback)

De moderne wereld is ondenkbaar zonder communicatie. Mensen communiceren met elkaar en met computers, en computers communiceren ook onderling. Soms gaat het om informatie-uitwisseling die geheim moet blijven, bijvoorbeeld bij betalingen via internet, of diplomatiek verkeer. In andere gevallen moet er zekerheid zijn over de afzender van een bericht, bijvoorbeeld bij de boeking van een vliegticket. Om uitwisseling van vertrouwelijke informatie op grote schaal mogelijk te maken wordt er beveiliging toegepast. Veel moderne beveiligingsmethoden zijn gebaseerd op de getaltheorie, een deelgebied van de wiskunde met een lange historie.
In dit boek wordt een introductie gegeven in de getaltheorie. Vervolgens wordt behandeld hoe de getaltheorie wordt toegepast in de cryptografie, de wetenschap van geheimschriften. Tevens wordt ingegaan op de complexiteit van het maken en kraken van de geheimschriften. Daarin is de kern van de betrouwbaarheid van vertrouwelijk informatie-uitwisseling gelegen.

Bij het boek hoort een webpagina met software, als rekenhulp bij voorbeelden en opgaven (zie: *www.win.tue.nl/~bdeweger/epsilonboek.html*).

Inhoud

Uitgave in samenwerking met Open Universiteit Nederland

Aankondiging / Wintersymposium KWG 2010

Blik op Oneindig
Het komende Wintersymposium van het Koninklijk Wiskundig Genootschap staat in het teken van 'Blik op Oneindig', naar het gelijknamige Zebra-boekje van Epsilon Uitgaven (*www.epsilon-uitgaven.nl*).

- K.P. Hart, universitair hoofddocent aan de TU Delft, opent het symposium met een voordracht over 'oneindig veel' in de verzamelingenleer.
- Bart de Smit, wetenschappelijk medewerker aan de Universiteit van Leiden, zal spreken over Escher en het Droste-effect.
- Dap Hartmann, universitair docent aan de TU Delft, sluit het symposium af met een lezing over oneindig in het universum.

Datum, plaats, ...
Het symposium wordt gehouden op **zaterdag 16 januari 2010** in het Academiegebouw van de Universiteit Utrecht (Domplein 29, 3512 JE Utrecht). Het programma start om 10:00 uur en eindigt ca. 14:45 uur.
U wordt verzocht u van te voren *online* aan te melden via de website van het Koninklijk Wiskundig Genootschap, *www.wiskgenoot.nl* (kies dan 'wat doet het KWG' en vervolgens 'congressen en symposia'). Op de website is ook het volledige programma, inclusief samenvattingen van de lezingen, te vinden.
De kosten voor het symposium bedragen € 17,00 voor KWG-leden en € 22,00 voor niet-leden. Deze bijdrage is o.a. voor een lunch en consumpties gedurende de dag.

Nadere inlichtingen: Iris van Gulik, e-mail: *gulikgulikers@home.nl* / telefoon: 038-4536366.

(advertorial)

Wiskunde Interactief Breuken:

dé oplossing voor het rekenprobleem in de brugklas

Als lerares wiskunde viel het mij steeds vaker op, dat leerlingen zowel bij wiskunde als bij natuurkunde stranden omdat zij de rekenkundige en algebraïsche basisvaardigheden niet beheersen. Een degelijke breukenkennis vormt een onmisbare basis voor algebra. Onvoldoende breukenkennis levert in het vervolgonderwijs een acuut wiskundeprobleem op.

Achtergrond van het rekenprobleem

Op de basisschool worden breuken vaak zeer summier behandeld.
Kinderen hebben niet stelselmatig geoefend met sommetjes als:

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{14}{35}+\frac{15}{35}=\frac{29}{35}$$

In de Cito-toets worden dergelijke berekeningen met breuken niet gevraagd en ook in de basisschool rekenboekjes komen dit soort opgaven nauwelijks voor. Voor de wiskundeleraar komt er een moment dat hij de leerlingen de volgende berekening moet uitleggen:

$$\frac{2}{5a}+\frac{3}{7b}=\frac{14b}{35ab}+\frac{15a}{35ab}=\frac{15a+14b}{35ab}$$

Dit is veel te hoog gegrepen. Immers, als kinderen nog niet goed kunnen rekenen met cijfers, zijn ze zeker nog niet toe aan het rekenen met letters. De wiskundedocent heeft daarom een bijna onmogelijke taak gekregen.
Om die reden hebben wij voor het voortgezet onderwijs de cd-rom Wiskunde Interactief Breuken gemaakt. Hiermee kan de leerling zelfstandig leren rekenen met breuken.

Surf voor meer informatie over inhoud en aanpak van Wiskunde Interactief Breuken naar www.karakterinteractive.nl

Hoe werkt de leerling met Wiskunde Interactief Breuken?

De leerling werkt de hoofdstukken van Wiskunde Interactief Breuken zelfstandig en in eigen tempo door.
De cd-rom bevat bij elk hoofdstuk onder meer een uitleg met gesproken tekst, een interactief oefengedeelte met uitleg bij elke stap en interactieve toets/oefenvellen met bijbehorende uitgewerkte antwoordvellen. De opgaven op deze toetsvellen worden door de computer gegenereerd en zijn dus elke keer anders! Het goed leren opschrijven van berekeningen is cruciaal voor het goed leren van algebra. Om die reden is het essentieel dat de leerlingen met printvellen werken en niet alleen maar achter een computerscherm meerkeuzevragen beantwoorden.

Hoe kunt u de software inzetten?

Ons advies is om Wiskunde Interactief Breuken als volgt in te zetten:

- Laat een leerling vanaf het begin van de eerste klas wekelijks twee hoofdstukken zelfstandig doornemen, thuis of in het computerlokaal.
- Laat de leerling bij wijze van overhoring in de klas de opgaven van een toetsvel maken. Dit hoeft maar tien minuten van de lestijd te vergen. De toetsvellen worden door de software gegenereerd evenals de bijbehorende antwoordvellen. Elke nieuwe printopdracht zorgt voor andere opgaven van dezelfde moeilijkheidsgraad.
- Na tien weken is elke leerling in staat om opgaven als:

  $$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}\ ,\ \frac{2}{5}-\frac{3}{7}\ ,\ \frac{2}{5}*\frac{3}{7}\ ,\ \frac{2}{5}:\frac{3}{7}$$

  door elkaar te maken en vlot op te schrijven. De leerling begrijpt ook waarom de rekenregels voor breuken altijd leiden tot het goede antwoord. Dit mede dankzij het feit dat met interactieve uitleg elke stap inzichtelijk kan worden gemaakt.

Met Wiskunde Interactief Breuken verwerft de leerling in vlot tempo de benodigde kennis over het rekenen met breuken. Voor de wiskundeleraar wordt de 'onmogelijke taak' gereduceerd tot een 'normaal probleem'.

Liesbeth van der Plas

Kenmerken serie Wiskunde Interactief

- stapsgewijze uitleg met verhelderende animaties
- abstracte begrippen gevisualiseerd
- gesproken tekst en uitleg
- leerling werkt stof in eigen tempo door
- onbeperkt oefenen en toetsen
- directe correctie en uitleg bij fouten
- unieke huiswerkmodule
- printbare opgaven en uitgewerkte antwoordvellen
- logboek voor ouders en leerkrachten
- titels voor VMBO en HAVO/VWO
- één titel voor de basisschool
- blijvend beschikbaar om kennis op te frissen



Wiskunde Interactief Breuken voor de Basisschool, Vmbo, Havo/VWO en Pabo
ISBN: 978 90 6112 534 1
Prijs: € 17,50 (stand alone versie)
Wiskunde Interactief Breuken is verkrijgbaar bij **www.karakterinteractive.nl**
Informatie over de netwerkversie vindt u op **www.karakterinteractive.nl**


Karakter Interactive
www.karakterinteractive.nl

Over Liesbeth van der Plas

Liesbeth van der Plas is de ontwikkelaar van de serie Wiskunde Interactief. Na haar studie natuurkunde (met als afstudeerrichting theoretische astrofysica) behaalde zij haar eerstegraads lesbevoegdheid in zowel de wiskunde als de natuurkunde en was zij werkzaam als lerares wiskunde in het reguliere voortgezet onderwijs en in het volwassenenonderwijs. Sinds enige jaren is Liesbeth van der Plas auteur, ontwerpster en programmeur van educatieve software. Website: www.liesbethvanderplas.nl

Wiskunde als modern vakgebied in de bovenbouw

[Charlotte Vlek]

Inleiding

Op een aantal scholen in de regio Noord-Holland en omstreken loopt sinds een paar jaren het onderwijsproject *DisWis* van De Praktijk, waarbij een wiskundestudent een lesmodule over discrete wiskunde doceert. We kijken mee op het RSG Broklede in Breukelen.

'Ik had inderdaad van wiskunde D gehoopt dat je andere onderwerpen krijgt dan normaal,' vertelt een leerlinge na afloop van de *DisWis*-les.

Het project over *Dis*crete *Wis*kunde is een lessenserie van 8 blokuren ontwikkeld door De Praktijk in samenwerking met prof. dr. Alexander (Lex) Schrijver. Het project won in 2008 de SIGMA-prijs als beste aansluitingsproject tussen voortgezet en hoger onderwijs.

Tweedejaars studente voor de klas

De wiskunde D module is gratis beschikbaar op internet, en daarnaast worden op een beperkt aantal scholen de lessen verzorgd door wiskundestudenten. De leerlingen hebben zo acht weken lang eens een ander gezicht voor de klas: in dit geval tweedejaars studente Doortje de Wiljes. Ze vindt het leuk om te doen: 'Weer eens wat anders dan werkcollege geven.'

Dat is niet haar enige motivatie. Doortje: 'Ik weet dat op de middelbare school andere wiskunde wordt gegeven dan op de universiteit. Ik wil leerlingen een idee geven wat er op de universiteit gebeurt en laten zien wat ik doe.'

Vandaag behandelt Doortje bewijzen met volledige inductie. Een moeilijk onderwerp voor de leerlingen, denkt ze. Ze begint de les met te vragen of iedereen ter voorbereiding het hoofdstuk uit de reader heeft gelezen. 'Het was wel een beetje vaag hè.' Ja, knikken de leerlingen instemmend. Vandaag gaan ze aan het werk met het bewijzen van vergelijkingen zoals $\sum_{i=0}^{n} i = \frac{1}{2}n(n-1)$. Met behulp van volledige inductie natuurlijk. Na een half uurtje uitleg en een voorbeeld op het bord mogen ze zelf aan de slag met een soortgelijke opgave. 'De leerlingen vinden de bewijsvragen minder leuk, en ze vragen dan "waarom moet dit", maar verder bevalt het goed', aldus Doortje.

Grafentheorie, König en treinen

In de overige zeven weken van deze module puzzelen de leerlingen met wiskunde die normaal niet in het pakket zit: eenvoudige grafentheorie zoals het vierkleurenprobleem, de stelling van König en het routeren van treinen. Niet geheel toevallig hebben we de huidige NS-dienstregeling ook te danken aan DisWis-initiatiefnemer Schrijver. En dat puzzelen zien de 8 jongens en 5 meisjes uit de 5-vwo klas wel zitten. Hoewel het onderwerp niet iedereen ligt, vinden ze het leuk om eens iets anders te doen. Een van de leerlingen zegt achteraf: 'Uit het boek krijg je vooral sommetjes, dan is dit heel anders. Bovendien is het leuk om eens een wiskundestudent voor de klas te hebben.'

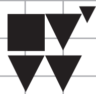
DisWis (*www.diswis.nl*) is een onderwijsproject van De Praktijk (*www.praktijk.nu*). Naast DisWis grafentheorie bestaan ook de e-learning module DisWis_e en een minimodule voor 3-vwo. De lesmodules beslaan (met uitzondering van de minimodule) 40 slu en zijn gratis beschikbaar via de website van De Praktijk. Ze kunnen direct gebruikt worden bij wiskunde D in de bovenbouw. Scholen die Bètapartner zijn (*www.betapartners.nl*) hebben bovendien de mogelijkheid om DisWis door een PAL-student te laten geven.



Over de auteur

Charlotte Vlek was tot voor kort Nationale PR-medewerker Wiskunde. Projecten die daar uit voortvloeien zijn Wiskunde in Perspectief (beroepsperspectieven na een wiskundestudie) en Project Eureka (wiskunde D promotie in 3-vwo).
E-mailadres: *c.vlek@fi.uu.nl*





What's in a name?

[Frank van den Heuvel, penningmeester NVvW]

Het is belangrijk om een goede naam te hebben. In figuurlijke zin maar ook letterlijk zodat de mensen weten welke lading er door de vlag gedekt wordt. Zo valt het nog niet mee om je eigen kind een naam mee te geven waar het zijn leven lang mee moet doen. Ikzelf ben oud genoeg om nog gewoon naar één van mijn opa's vernoemd te zijn, maar wat de heer Carton bezielde toen hij zijn zoon Dick noemde is mij toch echt een raadsel (een vriend van me kent echt iemand die zo heet!).

Onze vereniging heeft volgens mij een goede naam. Iedereen die de naam hoort zal onmiddellijk een idee hebben waar onze club voor staat. Dat er dan al snel ook allerlei clichébeelden aan gekoppeld worden over wie onze leden zijn en hoe die zich gedragen, nemen we daarbij dan maar voor lief. Maar er is mogelijk toch een reden om nog eens na te denken of onze naam nog wel volledig up to date is. Ik kom daar zo nog op terug.
Ik schrijf dit stuk omdat ik lid ben van het bestuur van de vereniging en wij afgesproken hebben om per toerbeurt ons licht te laten schijnen over een deel van ons werk. Op die manier hopen wij de leden te informeren en hen meer te betrekken bij het wel en wee van de vereniging. Wij zijn immers bovenal een belangenvereniging van en voor een duidelijk afgebakende en herkenbare beroepsgroep en we hopen dat de leden zich zullen herkennen in wat het bestuur, mede namens hen, uitdraagt en probeert te realiseren.
Mijn taak binnen het bestuur is die van penningmeester. Op zich een goede naam voor de klus die ik heb te klaren: ik moet zorgen dat ik meester ben over de penningen. Dat betekent onder andere: bewaken dat het lidmaatschapsgeld goed wordt besteed, (bijvoorbeeld: geven we wel of geen steun aan de organisatie van de Internationale Wiskunde Olympiade 2011 als die in Nederland wordt gehouden?), controle houden over inkomsten en uitgaven, bepalen of onze contributie al dan niet verhoogd moet worden (wist u dat wij relatief goedkoop zijn in vergelijking met andere verenigingen?) en verantwoording afleggen op de jaarvergadering middels de jaarrekening. Ik prijs mij gelukkig dat het leeuwendeel van het hier bij horend handwerk (zoals de ledenadministratie, het verwerken van de binnengekomen rekeningen, het doen van uitbetalingen, het verzenden van aanmaningen en het bijhouden van de boekhouding) zo voortreffelijk uitgevoerd wordt door Elly en Pim van Bemmel. Zonder hun niet aflatende inzet en betrouwbaarheid zou mijn klus aanzienlijk zwaarder zijn!
Maar een penningmeester doet meer. Het bestuur heeft namelijk ingezet op het vergroten en verhogen van de professionaliteit. Dat betekent o.a. concreet dat het aantal detacheringen toeneemt. Dat geldt voor (een deel van) het bestuur zelf en bijvoorbeeld ook voor enkele leden van de redactie van *Euclides*. Maar wij geven ook steun aan de 'geestelijke vaders' van WisBase en WisClass.
Een nog nieuwere ontwikkeling is de deelname van de NVvW aan de RekenVOort projecten. Op basis van onze aanvraag is daarvoor subsidie toegekend door OCenW en hebben wij (in samenwerking met het FI) een belangrijke rol in het realiseren en uitvoeren van dit project. Gert de Kleuver, die namens de vereniging als projectleider optreedt, heeft hierover al eens geschreven. Mijn aandeel daarbij is voornamelijk het afhandelen van de samenwerkingsovereenkomsten die er met de scholen moeten worden gesloten om de ruimte te creëren waarbinnen pilotscholen en schrijvers vergoed kunnen worden voor hun bijdragen.
Dat ik ook een vinger in de pap heb bij het Wereldwiskunde Fonds en de Stichting Epsilon (o.a. van de Zebra-reeks) zal niet veel verbazing wekken gezien de relatie die er van oudsher met deze activiteiten is. En dat er vanuit de vereniging mensen worden aangezocht om deel te nemen aan de syllabuscommissies weten vermoedelijk ook velen van u. Ikzelf maak momenteel deel uit van de commissie voor wiskunde B.
Daarnaast wil het bestuur graag actief betrokken zijn bij zoveel mogelijk initiatieven die het wiskundeonderwijs betreffen. Eén platform waarop wij aanwezig zijn, is de landelijke stuurgroep NLT. En omdat ik op mijn huidige school zelf bezig ben met de invoering, vormgeving en realisatie van dit betrekkelijk nieuwe vak, heeft men mij gevraagd in die stuurgroep mee te draaien. Inmiddels is het zover dat het invoeringstraject van NLT zijn einde nadert. De scholen die meteen begonnen zijn, hebben afgelopen schooljaar hun eerste lichting havo-leerlingen afgeleverd en zijn dit jaar toe aan de eerste afgestudeerden in vwo 6. Heel bijzonder hierbij is voor mij de manier waarop dit vak tot stand is gekomen en hoe het zijn uiteindelijke vorm heeft gekregen en nog krijgt. Gekozen is voor een sterk geregisseerd invoeringstraject met een strakke procedure die een flink aantal gecertificeerde modules op heeft geleverd waaruit de individuele scholen een keuze kunnen maken (binnen vastgestelde kaders). Verder is gekozen voor een centrale registratie van de invoerscholen (nu al ongeveer 225) en wordt er veel aandacht besteed aan begeleiding, kwaliteitsbewaking en ondersteuning (o.a. via de regionale steunpunten). De jaarlijkse landelijke studiedag NLT (de volgende is op 4 februari 2010, in Ede) is daarbij een mooie graadmeter om te proeven hoe een en ander

in den lande vorm krijgt. De reacties daar, gevoegd bij de andere signalen en de cijfers over het aantal leerlingen dat dit vak inmiddels volgt, brengen mij tot de stelling dat het invoeringstraject geslaagd genoemd mag worden. Ik denk dat NLT als zelfstandig vak zijn bestaansrecht al heeft bewezen en dat het zogezegd een blijvertje zal zijn. En vergelijk dat dan eens met het wel en wee van het stiefkind wiskunde D. Mogen we hier spreken van een gemiste kans?
Dat brengt mij terug naar de kwestie van goede namen geven. Ik denk dat de wiskundewereld er goed aan doet om een stevige partij mee te willen blazen binnen het vak NLT. Tevens zijn er veel wiskunde-collega's die, net als ik, ervaring hebben opgedaan bij het lesgeven in NLT. Voor hen is het belangrijk om binnen onze vereniging een platform en klankbord te vinden waarop ze hun ervaringen kunnen delen en uitdiepen. Het kan toch niet zo zijn dat alle NLT-ers hun heil alleen maar kunnen zoeken bij onze zustervereniging de NVON die al wel een prominentere plaats voor dit vak heeft ingeruimd. Werk aan de winkel dus voor het bestuur, maar ook een verzoek aan de leden om hierover de discussie te starten en te voeren. Als er mensen zijn die wensen of ideeën hierover hebben, dan houd ik mij aanbevolen voor hun reacties. Wie weet, misschien kan het wel het overkoepelende thema van de volgende studiedag worden!
En dan zou het zomaar kunnen dat onze vereniging, die eerder onder de namen Liwenagel en Wimecos heeft gefunctioneerd (hoeveel leden weten nog waar deze namen precies voor stonden?), over een aantal jaren door het leven zal gaan als NVvW&NLT of iets soortgelijks, zodat ook dan de vlag de lading nog goed zal dekken.

BOEKBESPREKING /

CURSUS DOOR ZES EEUWEN WISKUNDDE

[Steven Wepster]



Auteur: J.H. Derks
Uitgever: in eigen beheer – http://home.telfort.nl/derks.esp/
ISBN: 978-90-813820-1-4
Prijs: € 34,50

Wie interesse heeft in de geschiedenis van de wiskunde, heeft een ruime keus aan boeken. Zo zijn er de algemene overzichten van bijvoorbeeld Katz, Kline, of Calinger, naast het Nederlandstalige 'Geschiedenis van de Wiskunde' van Dirk Struik. Echte die-hards kunnen hun hart ophalen aan het negentiende-eeuwse 'Vorlesungen über Geschichte der Mathematik' van Moritz Cantor. Is dat allemaal te zwaar, dan kan men terecht bij bloemlezingen zoals 'Een cultuurgeschiedenis van de wiskunde' onder redactie van Machiel Keestra, of het aller-aardigste 'Math through the Ages: A Gentle History for Teachers and Others' van Berlinghoff en Gouvêa, of 'The story of Mathematics' van Mankiewicz (ook in het Nederlands vertaald). Daarnaast bestaat er veel literatuur over de geschiedenis van specifieke onderwerpen of deelterreinen van de wiskunde. Als snelle wegwijzer is de tweedelige 'Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences' een absolute aanrader. Tenslotte noemen we nog de zogenaamde 'bronnenboeken' waarin (vertaalde) fragmenten van oorspronkelijke teksten staan, die om een of andere reden markant zijn.

Het boek van Derks is van een geheel andere aard en laat zich slecht met bovenstaande vergelijken. De auteur poogt de grote lijnen te volgen van de ontwikkeling van de wiskunde tussen 1300 en 1900, vooral in Europa. Hij heeft inderdaad een indrukwekkende hoeveelheid wiskunde bijeengebracht: tamelijk gedetailleerd beschrijft hij de bijdragen van talrijke wiskundigen. Derks presenteert deze wiskunde in moderne notatie en met gebruik van moderne concepten, waardoor het oorspronkelijke karakter veelal verloren gaat. Wie dit boek leest, krijgt de indruk dat wiskunde voor het opscheppen ligt als zand aan het strand: vragen naar drijfveren, vragen over hindernissen en doorbraken, of over gebeurtenissen die het karakter van de wiskundebeoefening ingrijpend wijzigden, blijven onderbelicht. De historische duiding ontbreekt, de biografische informatie over verschillende personages is soms fragmentarisch of anekdotisch.
Derks noemt dat hij didactische redenen heeft om de notaties en taal te moderniseren, maar onduidelijk blijft welke didactische doelen daarmee gediend zijn. Hij doet geen pogingen om te verantwoorden wat hij wel of juist niet opgenomen heeft. Veel van de inhoud heeft hij 'gewoon van internet bij elkaar gescharreld' (Voorwoord; pag. xi) en dat kan een bruikbare methode zijn voor een werkstuk, een betrouwbaar boek levert het niet op. Het verklaart wel het onsamenhangende literatuurlijstje op de laatste pagina. De index met vooral veel persoonsnamen is bruikbaar.
Een cursus wiskundegeschiedenis is dit boek dus beslist niet, maar een wiskunde-cursus duidelijk ook niet. De opbouw van het boek past eigenlijk helemaal niet bij een cursus. Ook de opmaak en vormgeving nodigen niet uit om lang in het boek onder te duiken. De doelgroep, zij die wiskunde vroeger op een 'abstracte, misschien wel saaie manier aangeboden hebben gekregen', is hopelijk voldoende gehard om toch plezier aan de in het boek verzamelde wiskunde te beleven.

Over de recensent
Steven Wepster is universitair docent bij het Mathematisch Instituut van de Universiteit Utrecht. Hij verzorgt cursussen in o.a. geschiedenis van de wiskunde en is betrokken bij het wiskunde D-steunpunt.
E-mailadres: *s.a.wepster@uu.nl*

RECREATIE

Puzzel 85-3

Kikkersprongen

[Frits Göbel]

In de volgende opgave, die me wel geschikt lijkt voor de Kerstvakantie, bekijken we variaties van de Paardzet uit het schaakspel. De gewone Paardzet gaat twee velden horizontaal of verticaal, gevolgd door één veld opzij, kortweg (2, 1). Bij de variaties wordt dit (p, q). Aangezien $p + q$ soms veel groter is dan 3, is het beter om hier van *kikkersprongen* te spreken.
Al kan het interessant zijn om andere borden te nemen, de opgaven beperken zich tot het gewone schaakbord van 8 bij 8. Het startveld van de kikker is steeds het hoekveld links onderaan, in schaaknotatie a1.
Onder de *afstand* van twee velden verstaan we het aantal sprongen dat nodig is om van het ene naar het andere veld te komen.

Voor een gegeven paar (p, q) rijzen nu de volgende vragen:

- Kunnen alle velden worden bereikt vanuit a1?
- Zo nee, welke niet?
- Welke bereikbare velden liggen het verst van a1 verwijderd?
- Welke velden worden niet gebruikt in enige kortste zetttenreeks van a1 naar een verste veld?

Opgave
Beantwoord deze vragen voor de volgende paren (p, q):
(2, 1), (4, 1), (4, 3) en (5, 2)

Voorbeeld. Stel de kikker maakt (2, 3)-sprongen op een bordje van 6 bij 6. Dan geeft ***figuur 1*** voor ieder veld de afstand tot a1.
(Een sjabloon is wel handig voor de bepaling van zo'n schema.)

9	2	5	4	7	2
2	7	6	3	4	7
5	6	1	8	3	4
4	3	8	1	6	5
7	4	3	6	7	2
0	7	4	5	2	9

figuur 1

Het is nu niet moeilijk om de gestelde vragen te beantwoorden, zeker niet in dit eenvoudige geval.
Blijkbaar kunnen alle velden worden bereikt.
De velden a6 (linksboven) en f1 (rechtsonder) vereisen 9 sprongen.
Noch het veld rechtsboven noch de vier velden die met een punt aan een hoekveld grenzen, komen voor in een kortste route van a1 naar a6 of f1.

Oplossingen kunt u mailen naar *a.gobel@wxs.nl* of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede. Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing. De deadline is 2 februari 2010.
Prettige feestdagen!

Oplossing 85-1

Zeldzame permutaties

Er kwamen twintig oplossingen binnen, waaronder één van een nieuwe inzender: Joop van der Vaart. Hartelijk welkom!

Opgave 1
De suggestie om grafen te gebruiken is door vrijwel alle inzenders opgepakt, maar slechts enkelen gebruikten een puntsnede om in te zien dat er geen Hamilton-pad is. Als je n punten weglaat uit een graaf en er ontstaan $n + 2$ of meer componenten, dan heeft die graaf geen Hamilton-pad. Deze methode is eleganter dan het nagaan van alle mogelijkheden. Je moet natuurlijk wel even goed kijken om zo'n puntsnede te vinden, maar dan ben je ook klaar.
De puntsnede in opgave 1 is {3, 4, 8, 9}.

Opgave 2
Deze opgave gaf geen problemen. Een (3, 4)-permutatie voor $n = 16$ is:
8, 4, 1, 5, 2, 6, 3, 7, 10, 14, 11, 15, 12, 16, 13, 9
Deze fraaie zelf-complementaire oplossing werd door diverse inzenders gevonden.

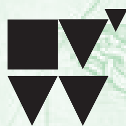
Opgave 3
Er is geen (2, 11)-permutatie voor $n = 15$ en $n = 19$. Dit te zien met de puntsnede {3, 4, 12, 13} voor $n = 15$ en met {3, 4, 7, 8, 12, 13, 14, 16, 17, 18} voor $n = 19$.
Deze laatste werd alleen door Wobien Doyer gevonden. Voor de overige waarden van n (van 14 t/m 19) zijn er wél (2, 11)-permutaties. Voor $n = 18$ bijvoorbeeld:
9, 11, 13, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 1, 3, 14, 16, 5, 7, 18
Een inzender waagde het om te vermoeden dat er geen oplossingen zijn voor alle $n = 3$ modulo 4, maar 15 en 19 zijn de enige uitzonderingen. Wobien Doyer heeft zelfs bewezen dat er een oplossing is voor alle paren (2, b) met b oneven als $n > 2b - 2$

Sommige inzenders geven ook *aantallen* permutaties. Misschien is de titel "Zeldzame permutaties" hiervan de oorzaak. Hoe het ook zij, ik vond die aantallen interessant omdat er merkwaardige onregelmatigheden in zitten. De rij van de aantallen voor (a, b) vertoont veel "ups and downs"; het aantal 0 bij $n = 15$ wordt geflankeerd door twee gelijke aantallen en hetzelfde geldt voor $n = 19$.
Harm Bakker bekeek ook Hamilton-*cykels* voor diverse paren (a, b). Zijn resultaten wekken de indruk dat er steeds zo'n oplossing is voor n voldoende groot tenzij a, b en n alle drie oneven zijn.

Ladderstand
De top van de ladder ziet er nu als volgt uit.
H. Klein 492
L.H. van de Raadt 482
W. Doyer 447
T. Kool 365
J. Hanenberg 355
N. Wensink 322
H. Linders 306
H. Bakker 278
W. van der Camp 262

De complete ladder staat op de website van *Euclides* (*www.nvvw.nl/euclides.html*). De vorige keer heb ik vermoedelijk ongewild een niet-bijgewerkte stand doorgegeven.

Publicaties van de Nederlande Vereniging van Wiskundeleraren



Zebraboekjes

1. Kattenaids en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christiaan Huygens
18. Zeepvliezen
19. Nullen en Enen
20. Babylonische Wiskunde
21. Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde
22. Spelen en Delen
23. Experimenteren met kansen
24. Gravitatie
25. Blik op Oneindig
26. Een Koele Blik op Waarheid
27. Kunst en Wiskunde
28. Voorspellen met Modellen
29. Getallenbrouwerij
30. Passen en Meten met Cirkels

Zie verder ook *www.nvvw.nl/zebrareeks.html* en/of *www.epsilon-uitgaven.nl*

Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

Honderd jaar wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW: *www.nvvw.nl/lustrumboek2.html*
Voor overige NVvW-publicaties zie de website: *www.nvvw.nl/Publicaties2.html*

Voor overige internet-adressen zie *www.wiskundepersdienst.nl/agenda.php*

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie *www.wiskundeonderwijs.nl*

Kalender

In de kalender kunnen alle voor wiskundedocenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (*redactie-euclides@nvvw.nl*). Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de lopende jaargang. Achter de verschijningsdatum is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen en van de *eind*versies van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook *www.nvvw.nl/euclricht.html*.

nr.	verwachte verschijningsdatum	deadline
4	9 februari 2010	8 dec 2009
5	30 maart 2010	2 feb 2010
6	18 mei 2010	23 mrt 2010
7	6 juli 2010	11 mei 2010

vrijdag 8 januari, Amsterdam
Wintersymposium Bèta en Techniek
Organisatie Vereniging voor Onderwijs Research

zaterdag 16 januari, Utrecht
Wintersymposium: Blik op Oneindig
Organisatie KWG
Zie pag. 129 in dit nummer.

woensdag 27 januari, Utrecht
8e Wiskundeconferentie vmbo en onderbouw havo/vwo
Organisatie APS
Zie verder ook pag. 123 en 128 in dit nummer.

vrijdag 29 januari, op de scholen
1e ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade 2010
Organisatie Stichting NWO

februari (aanvang), diverse studiecentra
Focusopleiding wiskunde
Organisatie Open Universiteit Nederland

donderdag 4 februari, Ede
NLT-conferentie 2010
Organisatie Projectgroep NLT

vr. 5 en za. 6 februari, Noordwijkerhout
Nationale Wiskunde Dagen
Organisatie FIsme
Zie ook pag. 264 in jrg. 84, nr. 7.

woensdag 3 maart 2010, Utrecht
maandag 8 maart 2010, Eindhoven
donderdag 18 maart 2010, Zwolle
Workshop 'Aansluitonderwijs wiskunde'
Organisatie SURFacademy

donderdag 18 maart, op de scholen
Kangoeroe-wedstrijd
Organisatie Stichting Kangoeroe

do. 18 en vr. 19 maart, Noordwijkerhout
Nationale Rekendagen
Organisatie FIsme

do. 22 en vr. 23 april, Utrecht
Nederlands Mathematisch Congres
Organisatie KWG
Zie pag. 115 in dit nummer.